

**Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science**

Periodisch gepulste Supraleiter

Vanessa Sulaiman
geboren in Herdecke

2021

Lehrstuhl für Theoretische Physik Ia
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund

Erstgutachter: Prof. Dr. Götz S. Uhrig
Zweitgutachter: apl. Prof. Dr. Joachim Stolze
Abgabedatum: 18. März 2021

Kurzfassung

Supraleitung abseits des Gleichgewichts ist seit der Formulierung des BCS-Modells ein aktives Forschungsgebiet. Zu Beginn wurden in Experimenten kontinuierliche Anregungen untersucht, aber seit der Entwicklung ultraschneller Laser können nun Anregungen durch einzelne kurze optische Pulse vorgenommen werden, um die Dynamik des Supraleiters zu untersuchen. Auch in der theoretischen Physik gibt es auf diesem Gebiet bereits sehr viele Arbeiten und die Dynamik nach einzelnen Pulsen wird bereits gut verstanden.

Aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen werden in dieser Arbeit periodisch aufeinanderfolgende optische Pulse untersucht. Dazu wird zunächst das BCS-Modell um Anderson-Pseudospins erweitert und eine Mean-Field-Näherung vorgenommen. Diese Methode wird anhand der bereits vorhandenen Ergebnisse vorheriger Arbeiten zu Quenches überprüft. Dann wird eine Peierls-Substitution verwendet, um die optischen Pulse in die Bewegungsgleichungen zu integrieren. Mithilfe dieser werden zwei verschiedene Diskretisierungen getestet und die Resultate diskutiert. Dabei werden sowohl die Dynamik des supraleitenden Ordnungsparameters als auch die Konfiguration der Anderson-Pseudospins untersucht.

Abstract

Since the proposal of BCS theory, nonequilibrium superconductivity has been an active field of research. In the beginning, experiments were probing continuous excitations but since the development of ultrafast lasers, excitations by short optical pulses can be used to analyse the dynamics of superconductors. In theoretical physics, there are already many papers in this respective field as well and the dynamics following an individual pulse are well understood.

On the basis of these previous discoveries, this thesis will study a periodic sequence of optical pulses. First, the BCS theory has to be expanded with Anderson pseudospins and a mean-field approximation has to be employed. Based on already existing works, this method will be validated by applying it to quenches. Then, a Peierls substitution is applied to integrate the optical pulses into the equations of motion. These modified equations are then used to test and discuss two different discretisations. In doing so, both the dynamics of the superconducting order parameter and the configuration of the Anderson pseudospins will be studied.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	BCS-Modell	2
3	Quench	6
3.1	Theorie	6
3.2	Ergebnisse	7
4	Pulse	10
4.1	Peierls-Substitution	10
4.2	Ergebnisse	11
5	Zusammenfassung und Ausblick	31
A	Zeitliche Veränderung der x- und z-Komponente	32
	Literatur	36

1 Einleitung

Supraleitung im Nichtgleichgewicht ist ein interessantes Forschungsgebiet und wird schon seit den 1960er Jahren untersucht. Zu Beginn wurden Supraleiter meist kontinuierlich mit Mikrowellen [1, 2] oder auch mit optischer Strahlung [3] bestrahlt. Erst die Entwicklung ultraschneller Laser ermöglicht inzwischen Experimente mit sehr kurzen Pulsen, beispielsweise sogenannte Pump-Probe-Experimente [4–7]. Bei diesen wird das System mittels eines Pump-Pulses angeregt und nach einer variablen Zeitdauer mithilfe eines Probe-Pulses vermessen. Durch Variation der Zeitdifferenz zwischen den beiden Pulsen kann dann die Dynamik des Systems bestimmt werden. Auch von theoretischer Seite (z.B. [8]) wurden diese Experimente beleuchtet. Im Zusammenhang mit solchen optischen Pulsen wurden außerdem Anregungen von Higgs-Moden [9–11] untersucht. Bei diesen handelt es sich um eine Oszillation des Ordnungsparameters Δ des Supraleiters mit der Frequenz 2Δ . Zudem wurden in [12] die Pump-Probe-Antwort und die resultierenden Spektren untersucht, um einen besseren Vergleich zwischen den theoretischen Ergebnissen und experimentellen Resultaten zu ermöglichen.

Auch Quenches [13–15], also instantane Änderungen eines Parameters, wurden bereits von theoretischer Seite untersucht. Dabei wurden zunächst die Integrabilität des BCS-Modells und dessen allgemeine Mean-Field-Lösung hergeleitet [13, 14]. In [13] wurde dabei auch eine Analogie zur Dynamik des Zentralspinmodells hergestellt. Außerdem konnte die Lösung bereits von Einband- auf Zweiband-Supraleiter verallgemeinert werden [15].

In dieser Arbeit werden anstelle eines einzelnen Anregungspulses periodisch aufeinanderfolgende optische Pulse untersucht. Ein solches Szenario wurde bereits beim Zentralspinmodell betrachtet [16, 17], bei welchem sich ein quasistationärer Zustand abseits des Gleichgewichtszustands einstellt. Aufgrund der Ähnlichkeit der Mean-Field-Dynamik des Zentralspinmodells und des BCS-Modells [13] stellt sich die Frage, ob sich auch bei Supraleitern ähnliche Effekte einstellen.

In Kapitel 2 wird zunächst das BCS-Modell erklärt. Außerdem werden die Bewegungsgleichungen und die dazugehörigen Anfangsbedingungen erläutert, aus denen die Dynamik im Supraleiter berechnet werden kann. Daraufhin werden in Kapitel 3 zunächst die analytischen Ergebnisse für einen Quench reproduziert, um die Numerik zu überprüfen. Zu Beginn von Kapitel 4 folgen dann die zusätzlichen Überlegungen, um die periodischen Pulse in den Bewegungsgleichungen zu berücksichtigen. Daraufhin werden die Ergebnisse zweier verschiedener Diskretisierungen dargestellt und diskutiert.

2 BCS-Modell

In der supraleitenden Phase eines Materials bilden sich sogenannte Cooper-Paare. Ein Cooper-Paar besteht aus zwei Elektronen, welche durch die attraktive Elektron-Phonon-Wechselwirkung miteinander gekoppelt sind. Diese Wechselwirkung lässt sich wie in Abbildung 2.1 darstellen.

Aus der Impulserhaltung folgt, dass die zwei Elektronen gleich große entgegengesetzte Impulse $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$ haben müssen, um gemeinsam ein Cooper-Paar bilden zu können. Auch die Spins müssen aus diesem Grund entgegengesetzt sein. Daraus folgt, dass die Cooper-Paare einen ganzzahligen Spin besitzen und wie Bosonen nicht mehr dem Pauli-Prinzip unterliegen. Dadurch können viele Cooper-Paare in einen gemeinsamen Grundzustand kondensieren und einen kohärenten Zustand bilden, aus dem makroskopische Eigenschaften des Supraleiters resultieren.

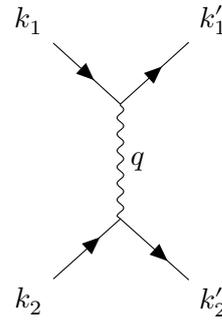


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm des Streuprozesses der beiden Elektronen eines Cooper-Paares.

Die Energie der Phononen ist über die Debye-Frequenz gegeben, die im Vergleich zur Fermi-Energie typischerweise mehrere Größenordnungen kleiner ist. Deshalb bilden sich die Cooper-Paare nur in der Nähe der Fermi-Energie, wie in Abbildung 2.2 dargestellt ist.

Der Hamiltonian des BCS-Modells ist

$$H_{\text{BCS}} = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k c_{k,\sigma}^\dagger c_{k,\sigma} - g \sum_{k,k'} c_{k,\uparrow}^\dagger c_{-k,\downarrow}^\dagger c_{-k',\downarrow} c_{k',\uparrow} \quad (2.1)$$

mit den Einteilchenenergien

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \varepsilon_F. \quad (2.2)$$

Der zweite Term beschreibt dabei die Elektron-Phonon-Wechselwirkung mit der Kopplungsstärke $g = \frac{V}{N}$. Damit es sich um eine attraktive Wechselwirkung handelt, muss g positiv sein. Die Energien ε_k werden um ε_F verschoben, da sich die Cooper-Paare in der Nähe der Fermi-Energie befinden. In diesem Bereich ist ε_k nahezu linear von k abhängig. Wie zuvor begründet, dient die Debye-Frequenz ω_D als Cutoff, d.h. es wird nur über die k summiert, für die $|\varepsilon_k| \leq \hbar\omega_D$ gilt.

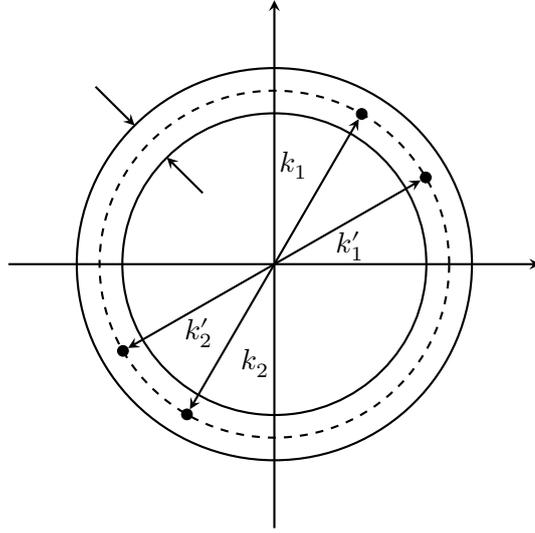


Abbildung 2.2: Darstellung des Streuprozesses im k -Raum. Die gestrichelte Linie ist die Fermioberfläche und die beiden anderen Kreise begrenzen die Kugelschale, in der sich Cooper-Paare bilden können. Die Dicke der Kugelschale entspricht der Energie der Phononen, ergibt sich also aus der Debye-Frequenz ω_D .

Die im Folgenden untersuchte Größe ist der BCS-Ordnungsparameter

$$\Delta = g \sum_{k'} \langle c_{-k',\downarrow} c_{k',\uparrow} \rangle. \quad (2.3)$$

Dieser beschreibt die Energielücke der Dispersionsrelation bzw. die Bindungsenergie pro Elektron eines Cooper-Paars. Das heißt, dass die Energie 2Δ vonnöten ist, um ein Cooper-Paar aufzutrennen.

Zur Berechnung der Dynamik des Ordnungsparameters Δ wird das BCS-Modell mithilfe der Mean-Field-Näherung auf ein klassisches nichtlineares System zurückgeführt. Dazu werden zunächst sogenannte Anderson-Pseudospin-Operatoren [18] eingeführt, die sich gemäß

$$\sigma_k^z = \frac{c_{k,\uparrow}^\dagger c_{k,\uparrow} + c_{-k,\downarrow}^\dagger c_{-k,\downarrow} - 1}{2} \quad (2.4a)$$

$$\sigma_k^+ = c_{k,\uparrow}^\dagger c_{-k,\downarrow} \quad (2.4b)$$

$$\sigma_k^- = c_{-k,\downarrow} c_{k,\uparrow} \quad (2.4c)$$

aus den Auf- und Absteigern $c_{k,\sigma}^{(\dagger)}$ zusammensetzen und alle Eigenschaften des Spin-1/2 erfüllen. Damit wird der Hamiltonian (2.1) zu

$$H_{\text{BCS}} = \sum_k 2\varepsilon_k \sigma_k^z - g L_+ L_- \quad \text{mit} \quad \mathbf{L} = \sum_k \boldsymbol{\sigma}_k \quad (2.5)$$

und der Ordnungsparameter zu

$$\Delta(t) = \Delta_x(t) - i\Delta_y(t) = g \sum_{k'} \langle \sigma_{\bar{k}}^-(t) \rangle. \quad (2.6)$$

Da die Pseudospins der Spinalgebra gehorchen, können sie wie physikalische Spins behandelt werden, um ihre Dynamik zu berechnen und aus dieser die Dynamik des Ordnungsparameters $\Delta(t)$ zu bestimmen. Auf den Hamiltonian wird nun die Mean-Field-Näherung angewendet, indem das von jedem Pseudospin gesehene effektive Feld durch den jeweiligen Erwartungswert

$$\mathbf{b}_k(t) = (-2\Delta_x(t), -2\Delta_y(t), 2\varepsilon_k)^\top \quad (2.7)$$

ersetzt wird. Damit wird der Hamiltonian zu

$$H_{\text{BCS}} = \sum_k \mathbf{b}_k \boldsymbol{\sigma}_k. \quad (2.8)$$

Die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_k = i[H_{\text{BCS}}, \boldsymbol{\sigma}_k] = \mathbf{b}_k \times \boldsymbol{\sigma}_k \quad (2.9)$$

sind linear in $\boldsymbol{\sigma}_k$. Deshalb kann einfach der Erwartungswert $\langle \boldsymbol{\sigma}_k(t) \rangle$ der Bewegungsgleichungen genommen werden. Durch die Ersetzung

$$\mathbf{s}_k(t) = 2\langle \boldsymbol{\sigma}_k(t) \rangle \quad (2.10)$$

ergeben sich die klassischen Bewegungsgleichungen

$$\dot{\mathbf{s}}_k = \mathbf{b}_k \times \mathbf{s}_k \quad \text{mit} \quad \mathbf{b}_k = (-gJ_x, -gJ_y, 2\varepsilon_k)^\top \quad \text{und} \quad \mathbf{J} = \sum_{k'} \mathbf{s}_{k'}. \quad (2.11)$$

Da die komplexe Phase des Ordnungsparameters $\Delta(t)$ eine Erhaltungsgröße des Systems ist [19], kann Δ reell gewählt werden, d.h. $\Delta_y = 0$. Dann gilt

$$\Delta(t) = g \sum_{k'} \frac{s_{\bar{k}}^-(t)}{2} = \frac{g}{2} \sum_{k'} s_{k'}^x(t). \quad (2.12)$$

Da aus $\Delta_y = 0$ direkt $J_y = 0$ folgt, vereinfachen sich die klassischen Bewegungsgleichungen zu

$$\dot{s}_k^x = -2\varepsilon_k s_k^y \quad (2.13a)$$

$$\dot{s}_k^y = 2\varepsilon_k s_k^x + gJ_x s_k^z \quad (2.13b)$$

$$\dot{s}_k^z = -gJ_x s_k^y. \quad (2.13c)$$

Um diese numerisch zu lösen, werden noch Anfangsbedingungen benötigt. Für den Grundzustand des BCS-Modells gilt

$$\langle c_{k,\uparrow}^\dagger c_{k,\uparrow} \rangle = \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_k}{2E_k}, \quad \langle c_{-k,\downarrow} c_{k,\uparrow} \rangle = \frac{\Delta}{2E_k} \quad (2.14)$$

mit der Quasiteilchenenergie $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + |\Delta_k|^2}$. Für die Anderson-Pseudospins entspricht dies den Gleichgewichtsbedingungen

$$s_k^x = \frac{\Delta}{E_k}, \quad s_k^y = 0, \quad s_k^z = -\frac{\varepsilon_k}{E_k}, \quad (2.15)$$

die als Anfangsbedingungen verwendet werden.

3 Quench

Zunächst wurde das Modell anhand eines Quenches getestet, da es zu diesem bereits analytische Lösungen gibt [15, 19, 20]. Ein Quench ist eine plötzliche Änderung eines Parameters des betrachteten Systems. Dazu wird das System zunächst im Gleichgewicht initialisiert und zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein Parameter instantan geändert.

3.1 Theorie

Bei einem Quench im BCS-System wird die Kopplungsstärke g_i zu einer anderen Kopplungsstärke g_f geändert. Daraus folgt wegen Gleichung (2.12) direkt eine Änderung des Ordnungsparameters Δ_i im Gleichgewicht zu einem Δ_f .

Es wurde von Barankov und Levitov [19] gezeigt, dass es drei verschiedene Regimes für eine solche Dynamik gibt. Im Bereich

$$\Delta_f < \exp\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Delta_i \quad (3.1)$$

oszilliert $\Delta(t)$ ungedämpft zwischen zwei Werten Δ_+ und Δ_- . Im Gegensatz dazu wird $\Delta(t)$ bei einem Quench im Bereich

$$\Delta_f > \exp\left(\frac{\pi}{2}\right) \Delta_i \quad (3.2)$$

ohne Oszillationen direkt auf 0 abgedämpft. Zwischen diesen beiden kritischen Punkten wird $\Delta(t)$ gedämpft, oszilliert dabei aber um einen asymptotischen Wert Δ_∞ .

Diese Dynamik kann [15, 20] zufolge durch den Zusammenhang

$$\Delta(t) \simeq \Delta_\infty + \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \Delta_f \ln\left(\frac{\Delta_i}{\Delta_f}\right) \frac{\cos\left(2\Delta_\infty t + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\Delta_\infty t}} \quad (3.3)$$

beschrieben werden. Dabei kann Δ_∞ aus der Gleichung

$$\frac{\sqrt{\Delta_f^2 - \Delta_\infty^2}}{\arccos\left(\frac{\Delta_\infty}{\Delta_f}\right)} \left[\ln\left(\frac{\Delta_i}{\Delta_f}\right) - \left(1 - \frac{\Delta_\infty}{\Delta_i}\right) \frac{\arccos\left(\frac{\Delta_\infty}{\Delta_i}\right)}{\sqrt{1 - \frac{\Delta_\infty^2}{\Delta_i^2}}} \right] = 0 \quad (3.4)$$

bestimmt werden. Im Folgenden wird die Dynamik für mehrere Werte numerisch berechnet und jeweils mit (3.3) verglichen.

3.2 Ergebnisse

Zur numerischen Berechnung wird ein Runge-Kutta-Algorithmus 4. Ordnung mit einer adaptiven Schrittweite (mittels Dormand-Prince-Methode) aus der C++-Bibliothek boost [21] verwendet. Für die adaptive Schrittweite wurden die Fehlergrenzen

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{absolut}} &= 10^{10} \\ \epsilon_{\text{relativ}} &= 10^6\end{aligned}$$

vorgegeben. Dabei wurden $N = 10^5$ Pseudospins mit äquidistanten Energien ε_k bis zu einem Cutoff von $|\varepsilon_k| \leq \varepsilon_c = 50 \text{ meV}$ verwendet.

Der Ordnungsparameter im ersten Gleichgewichtszustand wurde als $\Delta_i = 1 \text{ meV}$ festgelegt.

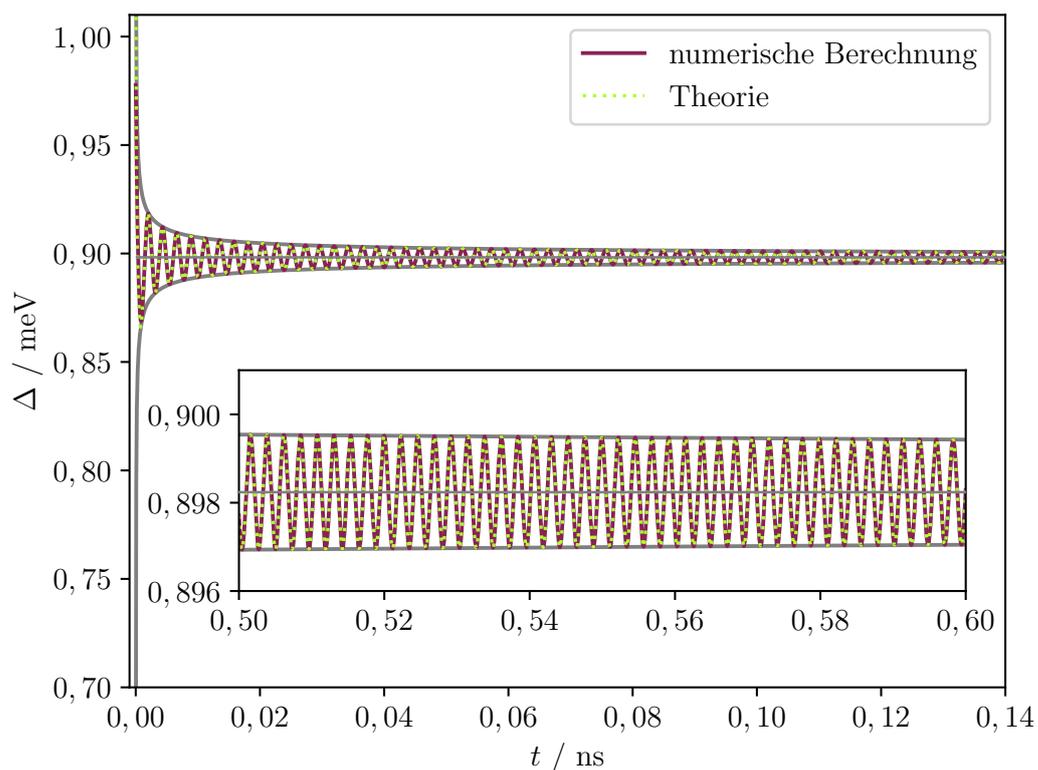


Abbildung 3.1: Die Dynamik des Ordnungsparameters $\Delta(t)$ nach einem Quench von $\Delta_i = 1 \text{ meV}$ zu $\Delta_f = 0,9 \text{ meV}$.

3 Quench

Zum Vergleich werden mehrere verschiedene Werte für Δ_f getestet. Zunächst wird ein kleiner Quench auf $\Delta_f = 0,9 \text{ meV}$ betrachtet. In Abbildung 3.1 sind zusätzlich zur numerisch berechneten Dynamik und der Theoriekurve noch die aus (3.4) berechnete Asymptote Δ_∞ und die Einhüllenden $\propto 1/\sqrt{t}$ dargestellt. Weiterhin wurde ein größerer Quench mit $\Delta_f = 0,5 \text{ meV}$ betrachtet und in Abbildung 3.2 dargestellt. Bei diesen beiden Parametern zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemäß Gleichung (3.3) erwarteten Dynamik.

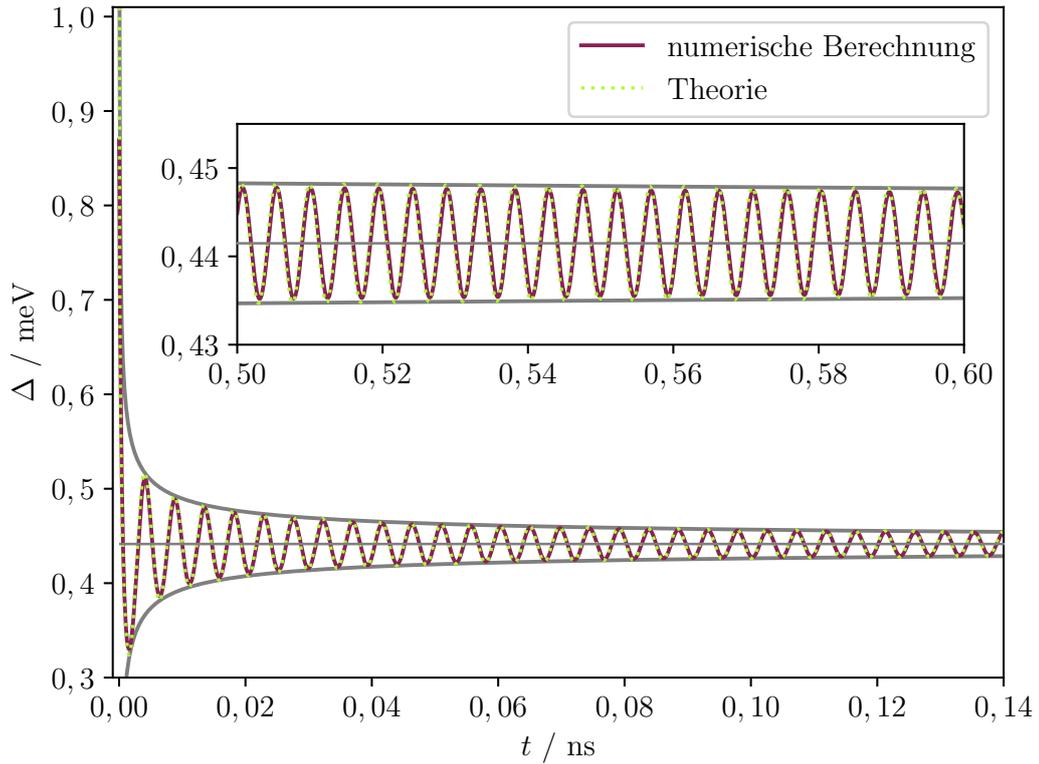


Abbildung 3.2: Die Dynamik des Ordnungsparameters $\Delta(t)$ nach einem Quench von $\Delta_i = 1 \text{ meV}$ zu $\Delta_f = 0,5 \text{ meV}$.

Bei dem in Abbildung 3.3 dargestellten Quench auf $\Delta_f = 0,3 \text{ meV}$ zeigt sich jedoch eine bedeutende Abweichung von (3.3). Obwohl es sich noch immer um eine gedämpfte Oszillation um Δ_∞ handelt, stimmen sowohl die Dämpfung als auch die Phase der Oszillation nicht mehr mit der Erwartung überein. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass dieser Wert für Δ_f dem Übergang bei

$$\Delta_f = \exp\left(\frac{\pi}{2}\right) \Delta_i \approx 0,21 \Delta_i$$

in das überdämpfte Regime näher kommt. Dies dürfte insbesondere erklären, weshalb die Dämpfung stärker als erwartet ist.

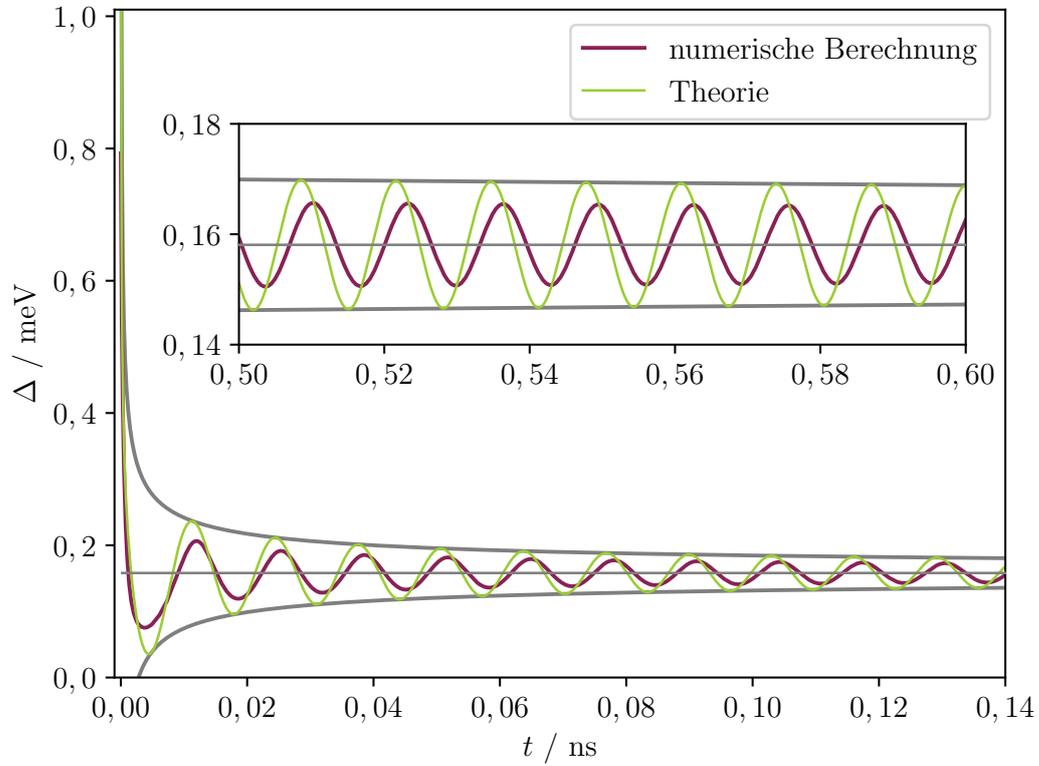


Abbildung 3.3: Die Dynamik des Ordnungsparameters $\Delta(t)$ nach einem Quench von $\Delta_i = 1$ meV zu $\Delta_f = 0,3$ meV.

4 Pulse

Nun wird die Dynamik des BCS-Systems unter dem Einfluss periodischer optischer Pulse betrachtet. Dazu wird zunächst erläutert, welchen Einfluss die Pulse auf die Differentialgleichungen haben. Mithilfe der modifizierten Differentialgleichungen wird daraufhin die Dynamik des Ordnungsparameters für verschiedene Pulsparameter berechnet und zuletzt die Konfiguration des Pseudospins analysiert.

4.1 Peierls-Substitution

Zur Berechnung der Kopplung des optischen Pulses an das System wird die Peierls-Substitution [22–25] verwendet. Bei einem tight binding-Modell

$$H_0 = - \sum_{i,j}^N t_{ij} c_i^\dagger c_j - \mu \sum_{i=1}^N c_i^\dagger c_i \quad (4.1)$$

wirkt sich ein externes elektromagnetisches Feld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (4.2)$$

auf die Hüpfmatrix t_{ij} aus. Dies kann durch die Substitution

$$t_{ij} \rightarrow t_{ij} \exp \left(-\frac{ie}{\hbar c} \int_{\mathbf{R}_i}^{\mathbf{R}_j} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \right) \quad (4.3)$$

berücksichtigt werden. Die Integration läuft dabei über die Gittervektoren $\mathbf{R}_{i/j}$ und es wird die Eichung $\phi(\mathbf{r}, t) = 0$ verwendet.

Der Betrag des Vektorpotentials einer sinusförmigen Anregung mit Frequenz γ und Amplitude E entspricht

$$A(t) = \frac{cE}{\gamma} \cos(\gamma t). \quad (4.4)$$

Wird dies nun in die Peierls-Phase eingesetzt und diese über die Oszillationen gemittelt, lässt sich zeigen [24], dass sich die Substitution zu

$$t_{ij} \rightarrow t_{ij} J_0 \left(\frac{E_0}{\gamma} \right) \quad \text{mit} \quad E_0 = \frac{eaE}{\hbar} \quad (4.5)$$

mit der nullten Besselfunktion J_0 und der Gitterkonstante a ergibt.

Wird dies auf das BCS-Modell übertragen, hat dies zur Folge, dass während des Pulses die Substitution

$$\varepsilon_k \rightarrow \varepsilon_k J_0 \left(\frac{E_0}{\gamma} \right) \quad (4.6)$$

vorgenommen wird.

Da in dieser Arbeit keine konkreten elektromagnetischen Felder betrachtet werden, wird die Annahme getroffen, dass das Argument der Besselfunktion J_0 klein ist, also $E_0 / \gamma \ll 1$, sodass J_0 nur wenig von 1 abweicht. Bei periodischen Pulsen der Dauer T_{Puls} in Abständen von Δt zueinander ergibt sich der in Abbildung 4.1 dargestellte zeitliche Verlauf der einzelnen ε_k .

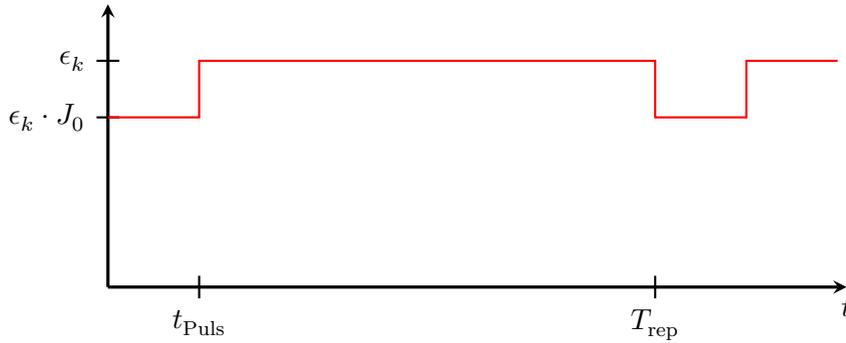


Abbildung 4.1: Zeitliche Abhängigkeit der ε_k durch die Peierls-Substitution.

4.2 Ergebnisse

Wie bei den zuvor behandelten Quenches wurde zur numerischen Berechnung ein Runge-Kutta-Algorithmus 4. Ordnung mit einer adaptiven Schrittweite verwendet. Auch die Fehlergrenzen für die adaptive Schrittweite wurden mit

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{absolut}} &= 10^{10} \\ \epsilon_{\text{relativ}} &= 10^6 \end{aligned}$$

beibehalten. Genauso wurde der Cutoff $\varepsilon_c = 50$ meV beibehalten. Der Anfangszustand der Pseudospins wurde mit $\Delta_0 = 1$ meV initialisiert. Als Länge der Pulse wurde $t_{\text{Puls}} = 1$ ps und als Periodendauer $T_{\text{rep}} = 100$ ps gewählt.

Um nicht über die unstetigen Stufen der Pulse hinweg zu integrieren und unvorhersehbare numerische Effekte zu erhalten, wird jeweils stückweise über die konstanten Bereiche integriert.

4.2.1 Lineare Diskretisierung

Zunächst wurden die Differentialgleichungen analog zu den Quenches mit $N = 10^5$ äquidistanten Energien ε_k gelöst. In Abbildung 4.2 ist die Dynamik des Ordnungsparameters Δ dargestellt. Zusätzlich ist in orange der Pulsfaktor analog zu Abbildung 4.1 dargestellt.

Es fällt auf, dass der Ordnungsparameter bei jedem Puls einen deutlichen Peak hat. Außerdem wird der Ordnungsparameter über viele Pulse hinweg zunehmend kleiner.

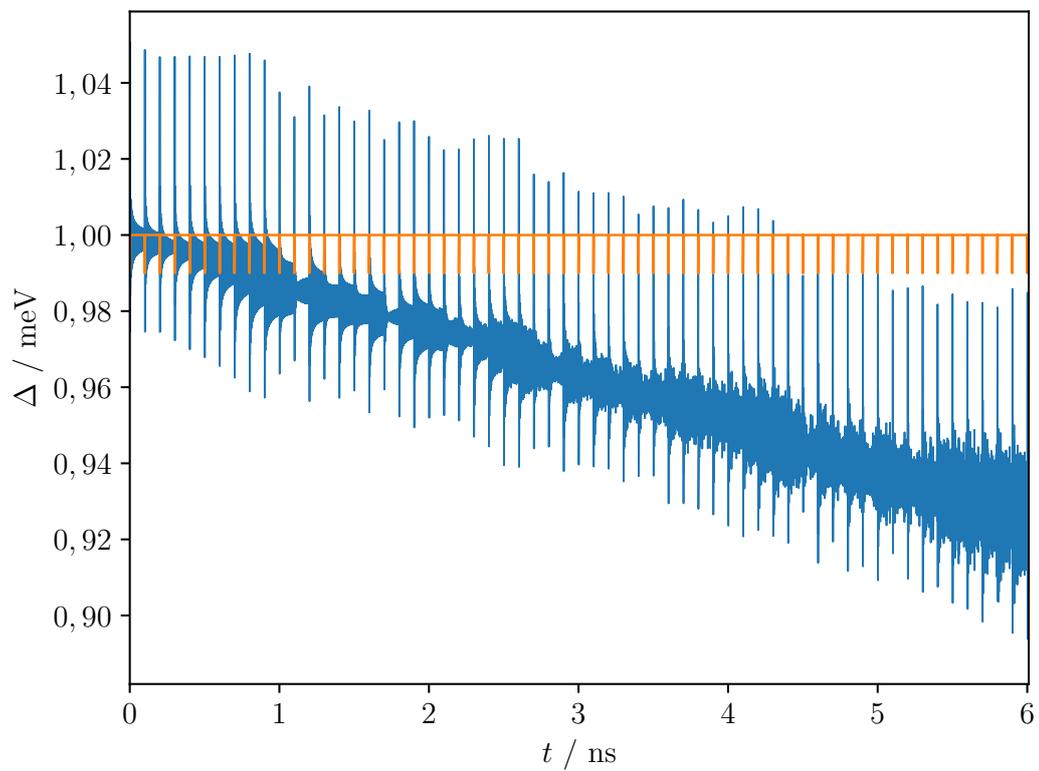


Abbildung 4.2: Dynamik des Ordnungsparameters bei periodischen Pulsen mit $J_0 = 0,99$ in Abständen von 100 ps.

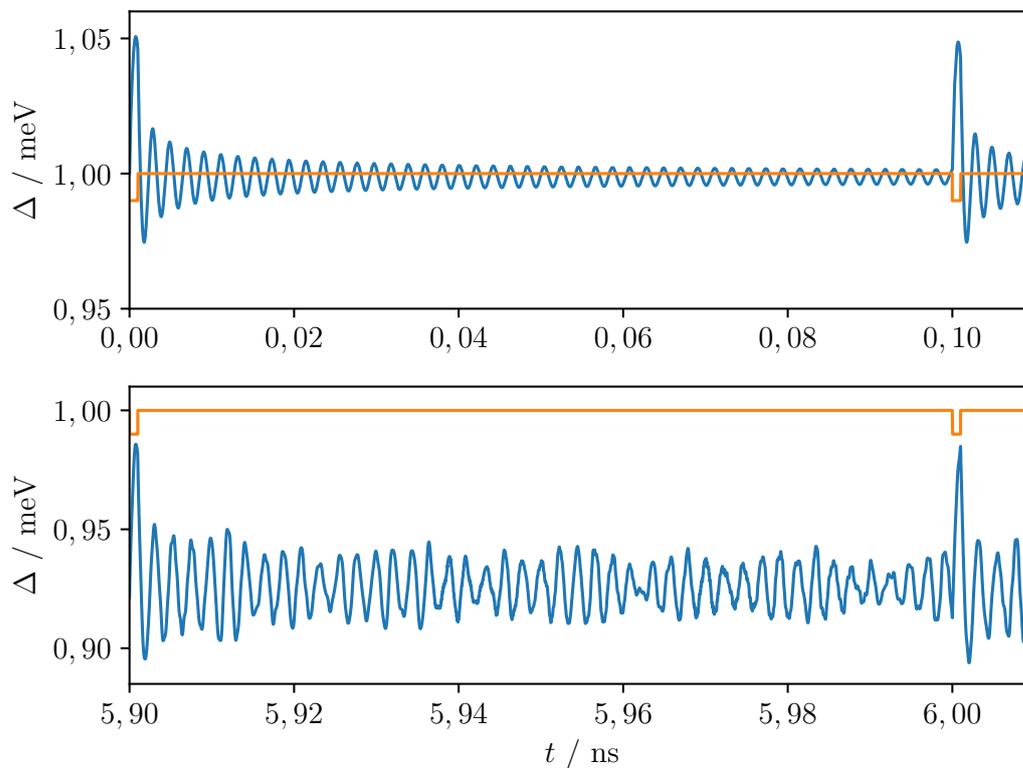


Abbildung 4.3: Details der Dynamik des Ordnungsparameters bei periodischen Pulsen mit $J_0 = 0,99$. In der oberen Abbildung ist die Dynamik während der ersten Pulsperiode dargestellt, während im unteren Plot die 59. Periode zu sehen ist.

In Abbildung 4.3 ist die Dynamik während der ersten Periode und während einer deutlich späteren Periode dargestellt. Zu Beginn ähnelt die Dynamik während einer Periode der Dynamik nach einem Quench. Ebenso wie bei einem Quench oszilliert Δ um einen Grenzwert und wird dabei gedämpft. Nach einigen Perioden zeigt sich keine eindeutige Dämpfung mehr und auch die Oszillation ist deutlich weniger gleichmäßig.

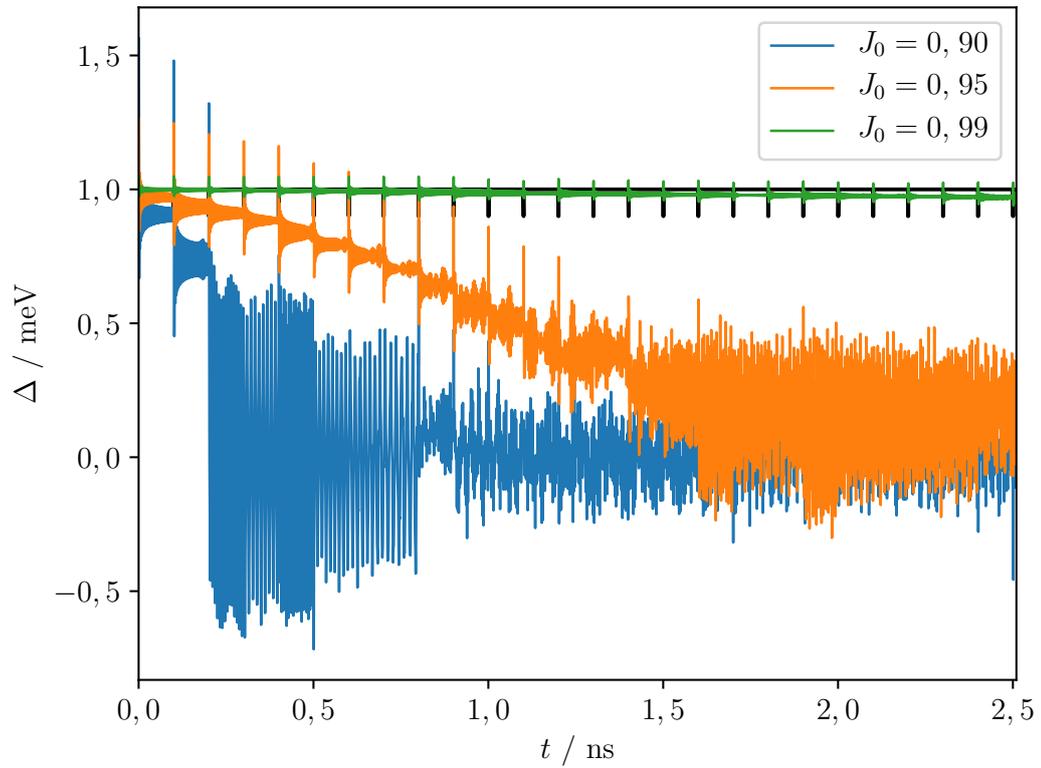


Abbildung 4.4: Dynamik des Ordnungsparameters über 24 Pulsperioden mit unterschiedlichen Pulstiefen J_0 .

Bei dem in Abbildung 4.4 dargestellten Vergleich verschiedener Pulstiefen J_0 fällt auf, dass die Dynamik bei tieferen Pulsen schon nach wenigen Perioden unzuverlässig wird. Einerseits zeigt sich keinerlei Periodizität mehr, andererseits wird der Ordnungsparameter stellenweise negativ. Dieses Verhalten ist vermutlich ein numerisches Problem und steht im Konflikt mit der physikalischen Definition des Ordnungsparameters, da dieser eine Energielücke beschreibt. Ein Problem könnte die Diskretisierung der Energien ε_k darstellen, da die Langzeitdynamik nicht korrekt abgebildet wird.

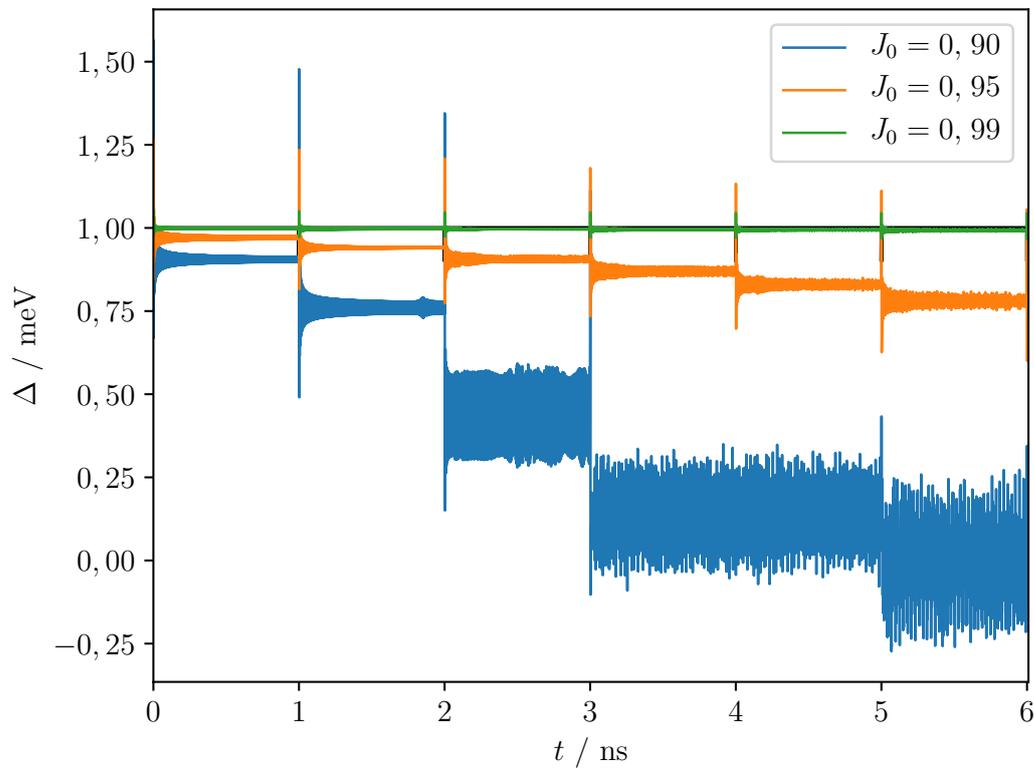


Abbildung 4.5: Dynamik des Ordnungsparameters über fünf Pulsperioden im Abstand von 1 ns mit unterschiedlichen Pulstiefen J_0 .

In Abbildung 4.5 werden erneut verschiedene Pulstiefen J_0 miteinander verglichen. Hierbei wurde die Periodendauer auf $T_{\text{rep}} = 1$ ns erhöht. Die Dauer t_{Puls} beträgt weiterhin 1 ps. Auch hier fällt auf, dass die Dynamik bei $J_0 = 0,90$ bereits ab der dritten Pulsperiode instabil und bei der vierten Periode sogar negativ wird. Bei $J_0 = 0,95$ fallen dagegen auf dem betrachteten Zeitintervall noch keine Unregelmäßigkeiten auf.

Beim Vergleich von Abbildung 4.4 mit Abbildung 4.5 liegt die Vermutung nahe, dass der Zeitpunkt, ab dem die Ergebnisse unzuverlässig werden, bei gleichbleibender Pulstiefe J_0 über die Anzahl der Pulse und nicht über die Zeitdauer t gegeben ist.

4.2.2 Logarithmische Diskretisierung

Da die Dynamik für lange Zeiten abhängig von kleinen Frequenzen bzw. Energien ist, wird nun eine logarithmische Diskretisierung gemäß [26] verwendet, um stabilere Ergebnisse zu erhalten.

Dazu wird zunächst ein Gitter

$$\tilde{\varepsilon}_i = \lambda^i \left(\frac{\varepsilon_c (N_{\text{tr}} - i)}{N_{\text{tr}}} \right), \quad i \in \{0, \dots, N_{\text{tr}}\} \quad (4.7)$$

mit der maximalen Energie ε_c definiert. Zwischen den Gitterpunkten $\tilde{\varepsilon}_i$ liegen N_{tr} Intervalle, deren Breite aufgrund des Parameters $\lambda < 1$ zu kleinen Energien hin exponentiell abnimmt. Wird $\lambda = 1$ gewählt, folgt wieder die lineare Diskretisierung.

Für eine allgemeine Spektraldichte $\omega(x)$ müssen die Energien ε_i zwischen zwei Gitterpunkten über $\omega(x)$ gemittelt werden. Damit ergeben sich die diskretisierten Energien

$$\varepsilon_i = \int_{\tilde{\varepsilon}_i}^{\tilde{\varepsilon}_{i-1}} x \omega(x) dx \Big/ \int_{\tilde{\varepsilon}_i}^{\tilde{\varepsilon}_{i-1}} \omega(x) dx, \quad i \in \{1, \dots, N_{\text{tr}}\}. \quad (4.8)$$

Weiterhin benötigt werden die Gewichtungsfaktoren

$$W_i = \int_{\tilde{\varepsilon}_i}^{\tilde{\varepsilon}_{i-1}} \omega(x) dx \quad (4.9)$$

der jeweiligen Intervalle, die sicherstellen, dass die einzelnen Summanden in Summen über alle Spins entsprechend der Intervallbreite berücksichtigt werden.

Dadurch müssen alle Summen über k angepasst werden, sodass

$$J_x = \sum_{k'} s_{k'}^x \quad (4.10)$$

zu

$$\tilde{J}_x = \sum_i W_i s_i^x \quad (4.11)$$

wird und $g = \frac{V}{N}$ durch V ersetzt wird. Damit verändern sich die Bewegungsgleichungen (2.13) zu

$$\dot{s}_k^x = -2\varepsilon_k s_k^y \quad (4.12a)$$

$$\dot{s}_k^y = 2\varepsilon_k s_k^x + V \tilde{J}_x s_k^z \quad (4.12b)$$

$$\dot{s}_k^z = -V \tilde{J}_x s_k^y. \quad (4.12c)$$

Bei dem BCS-Modell kann die Spektraldichte als konstant in dem zu betrachtenden Energiebereich angenommen werden, also

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega, & |x| \leq \varepsilon_c \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}. \quad (4.13)$$

Damit lassen sich die diskretisierten Energien zu

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2}(\tilde{\varepsilon}_{i-1} + \tilde{\varepsilon}_i), \quad i \in \{1, \dots, N_{\text{tr}}\} \quad (4.14)$$

vereinfachen. Die dazugehörigen Gewichtungsfaktoren vereinfachen sich zu

$$W_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_{i-1} - \tilde{\varepsilon}_i}{2\varepsilon_c}. \quad (4.15)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Energien ε_i zusätzlich gespiegelt werden, um eine um 0 symmetrische Verteilung von $2N_{\text{tr}}$ Energien zu erreichen. Dies wird bei den Gewichtungsfaktoren durch den zusätzlichen Faktor 1/2 berücksichtigt.

In Abbildung 4.6 sind die Gitterpunkte $\tilde{\varepsilon}_i$ dargestellt und dazu exemplarisch ε_1 und das zugehörige Gewicht W_1 eingezeichnet.

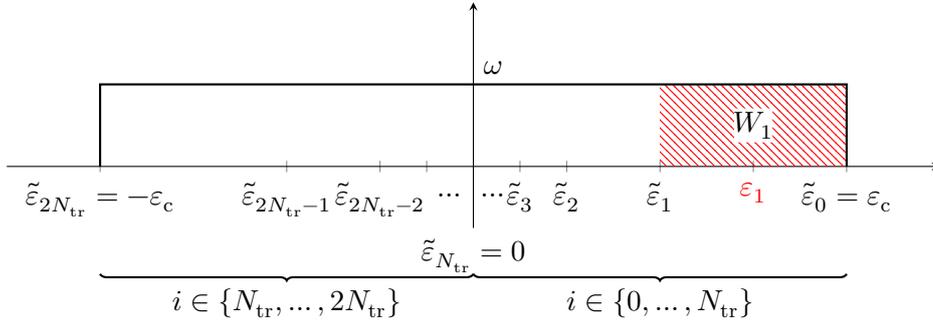


Abbildung 4.6: Visualisierung der logarithmischen Diskretisierung.

Diese Diskretisierung wird nun nicht nur durch die Anzahl N_{tr} der Pseudospins charakterisiert, sondern auch durch den Parameter λ . Um einen der beiden frei wählbaren Parameter eliminieren zu können, wird λ so bestimmt, dass das kleinste Intervall eine Breite von $2\varepsilon_c/10^7$ hat. Dies entspricht den Intervallen zwischen $N = 10^7$ gleichverteilten Energien ε_k . Da $\tilde{\varepsilon}_{N_{\text{tr}}} = 0$ ist, entspricht die kleinste Intervallbreite direkt

$$\tilde{\varepsilon}_{N_{\text{tr}}-1} = \lambda^{N_{\text{tr}}-1} \left(\frac{\varepsilon_c}{N_{\text{tr}}} \right). \quad (4.16)$$

Daraus folgt direkt der Zusammenhang

$$\lambda = (2N_{\text{tr}} \cdot 10^{-7})^{\frac{1}{N_{\text{tr}}-1}}. \quad (4.17)$$

Damit muss nun wie bei der linearen Diskretisierung nur die Anzahl $N = 2N_{\text{tr}}$ der Pseudospins festgelegt werden.

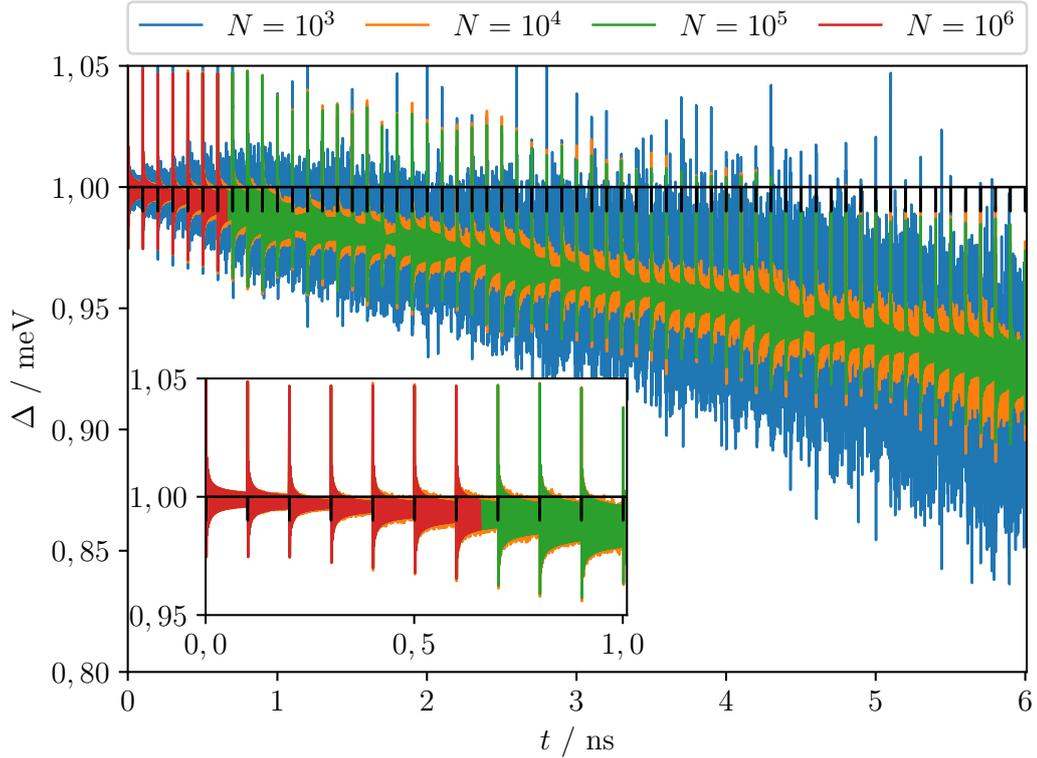


Abbildung 4.7: Vergleich verschiedener N bei logarithmischer Diskretisierung und Pulsen der Tiefe $J_0 = 0,99$.

Zunächst wird diese Diskretisierung erneut anhand von Pulsen mit J_0 getestet und dabei für verschiedene Werte von N verglichen. Dieser Vergleich ist in Abbildung 4.7 für den gesamten betrachteten Zeitraum dargestellt und in der eingebetteten Abbildung wird der Anfangsbereich von 0 ns bis 1 ns genauer dargestellt. Für $N = 10^6$ wurde die Dynamik aufgrund der deutlich längeren Laufzeit nur für ein Zehntel der Pulsperioden getestet. Wie in der eingebetteten Abbildung zu sehen ist, weicht die mit $N = 10^6$ berechnete Dynamik allerdings nur geringfügig von der aus 10^5 Pseudospins resultierenden Dynamik ab. Niedrigere N liefern allerdings deutlich

abweichende Ergebnisse. Deshalb wird im Folgenden ebenso wie bei der linearen Diskretisierung mit 10^5 Pseudospins gerechnet.

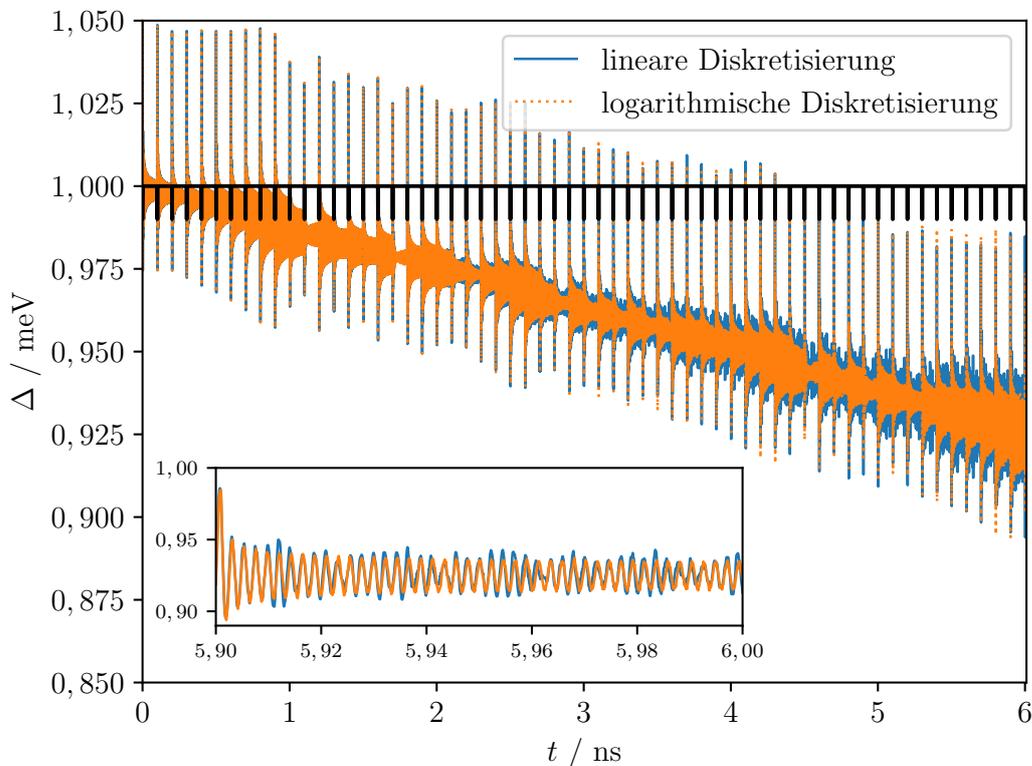


Abbildung 4.8: Vergleich von linearer und logarithmischer Diskretisierung mit jeweils 10^5 Pseudospins und $J_0 = 0,99$.

Bei dem in Abbildung 4.8 gezeigten Vergleich zwischen den Ergebnissen der linearen und der logarithmischen Diskretisierung fällt auf, dass die Dynamik nahezu übereinstimmt. Bei größeren Zeiten weicht die logarithmische Diskretisierung insofern von der linearen Diskretisierung ab, dass die Oszillationen innerhalb einer Pulsperiode gleichmäßiger sind und insbesondere die Amplitude nicht mehr schwankt. Diese Abweichungen lassen sich damit erklären, dass die logarithmische Diskretisierung vor allem die Langzeitdynamik besser abbildet. Die logarithmische Diskretisierung verbessert also die Ergebnisse bei gleicher Zahl an Pseudospins, verringert allerdings nicht die Laufzeit, da eine Reduktion der Pseudospins die Ergebnisse deutlich verschlechtern würde, wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist.

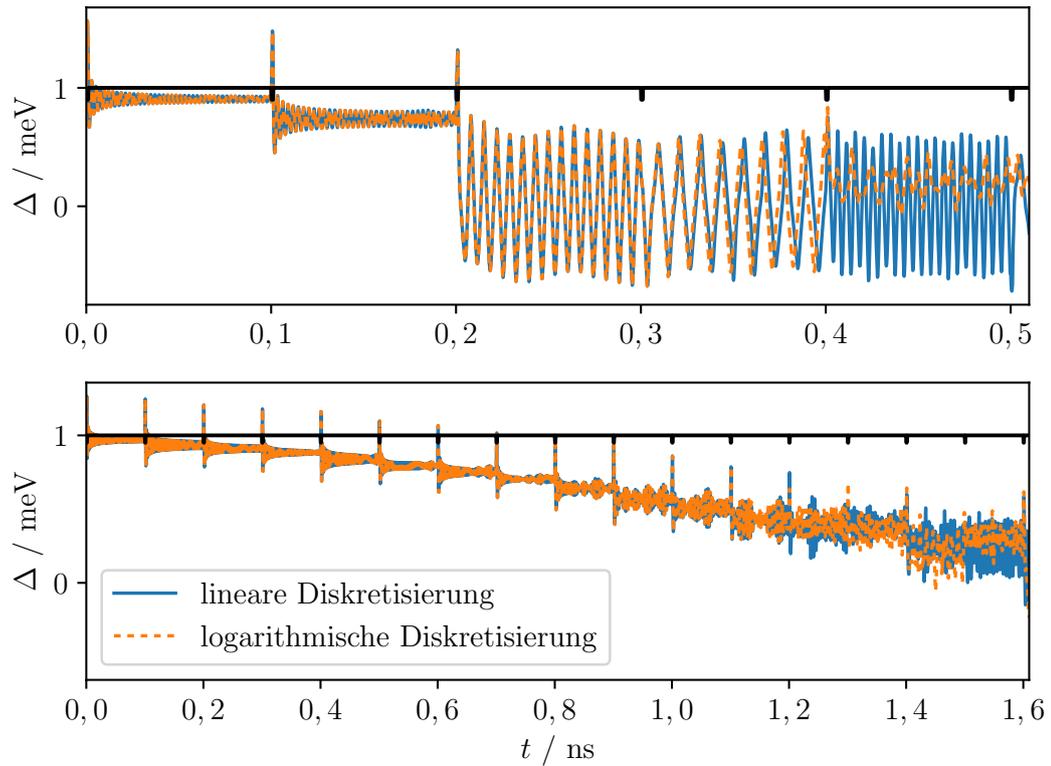


Abbildung 4.9: Vergleich der beiden Diskretisierungen bei $J_0 = 0,90$ (oben) und $J_0 = 0,95$ (unten).

In Abbildung 4.9 werden erneut die beiden Diskretisierungen miteinander verglichen, diesmal jedoch für die beiden anderen betrachteten Pulstiefen $J_0 = 0,95$ und $J_0 = 0,90$. Bei diesen zeigt sich jedoch im Gegensatz zum vorherigen Vergleich keine Verbesserung. Bei $J_0 = 0,90$ wird der Ordnungsparameter auch bei der logarithmischen Diskretisierung schon in der dritten Pulsperiode negativ und somit unphysikalisch. Bei $J_0 = 0,95$ erscheint die Dynamik ab ca. 12-14 Pulsen instabil, wobei dies bei der logarithmischen Diskretisierung ca. 1-2 Pulse später passiert, als bei der linearen Diskretisierung.

Insgesamt lässt sich also sagen, dass die logarithmische Diskretisierung nur eine geringe Verbesserung gegenüber der linearen Diskretisierung bietet. Dies ist verwunderlich, da die logarithmische Diskretisierung in [26] eine sehr deutliche Reduktion der Anzahl der Spins bei gleichbleibender Genauigkeit ermöglicht hat. Aufgrund dieses Verhaltens werden im Folgenden hauptsächlich die Ergebnisse der linearen Diskretisierung betrachtet.

4.2.3 Endkonfiguration

Abgesehen von der Dynamik des Ordnungsparameters wird die Konfiguration der Pseudospins zu verschiedenen Zeiten untersucht. Da die Ergebnisse nur bei einigen Parameterkombinationen zuverlässig sind, kann hier keine ausführliche Analyse vorgenommen werden. Es werden allerdings ein paar Ergebnisse diskutiert, bei denen sich die Dynamik in den betrachteten Zeitintervallen numerisch stabil verhält.

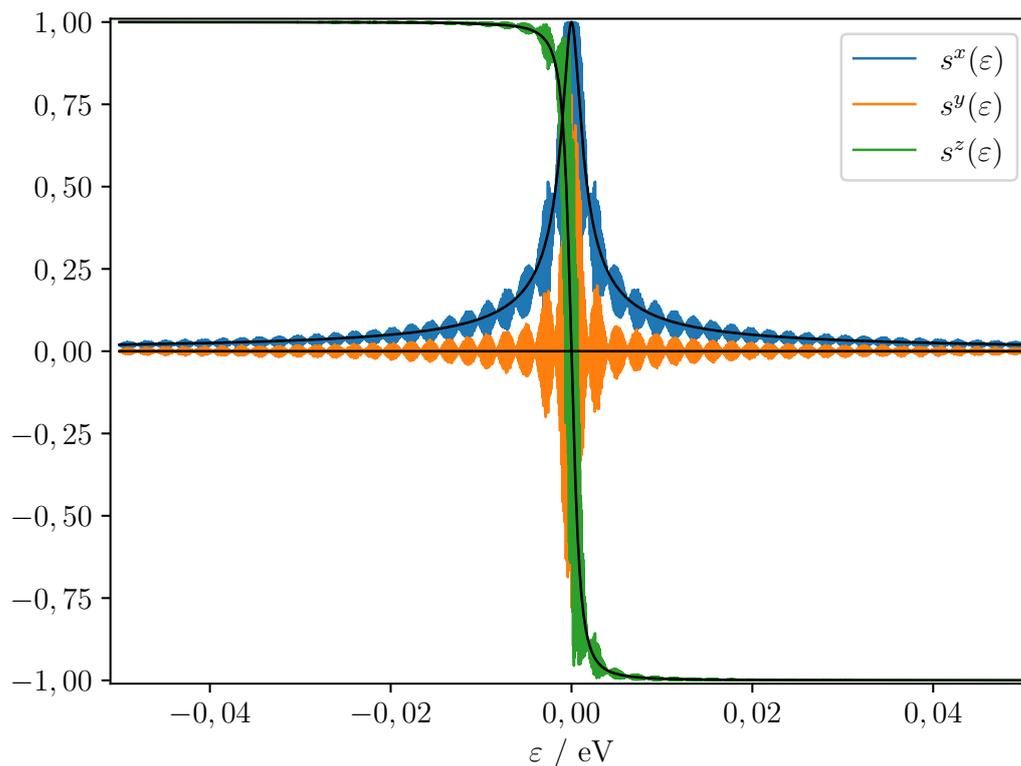


Abbildung 4.10: Vergleich der Anfangskonfiguration (schwarz) der Pseudospins mit der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$ mit Pulsen im Abstand von $T_{\text{rep}} = 100 \text{ ps}$. Die Pulstiefe beträgt $J_0 = 0,99$. Berechnung mithilfe linearer Diskretisierung.

In Abbildung 4.10 werden zunächst die Ergebnisse der linearen Diskretisierung mit $N = 10^5$ Pseudospins betrachtet. Dabei werden die Konfigurationen zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 10^7 \hbar / \text{eV} \approx 6,58 \text{ ns}$ miteinander verglichen. Es zeigt sich, dass bestimmte Energien bzw. Frequenzen gegenüber anderen verstärkt werden. Die Verstärkung erscheint in regelmäßigen Abständen, sodass sich eine kammartige Struktur bildet. Die Abweichungen von der Anfangskonfiguration sind bei kleinen

$|\varepsilon_k|$ hoch und werden zu größeren Werten von $|\varepsilon_k|$ zunehmend kleiner. Außerdem fällt auf, dass die Knotenpunkte aller drei Spinkomponenten bei den gleichen ε_k liegen.

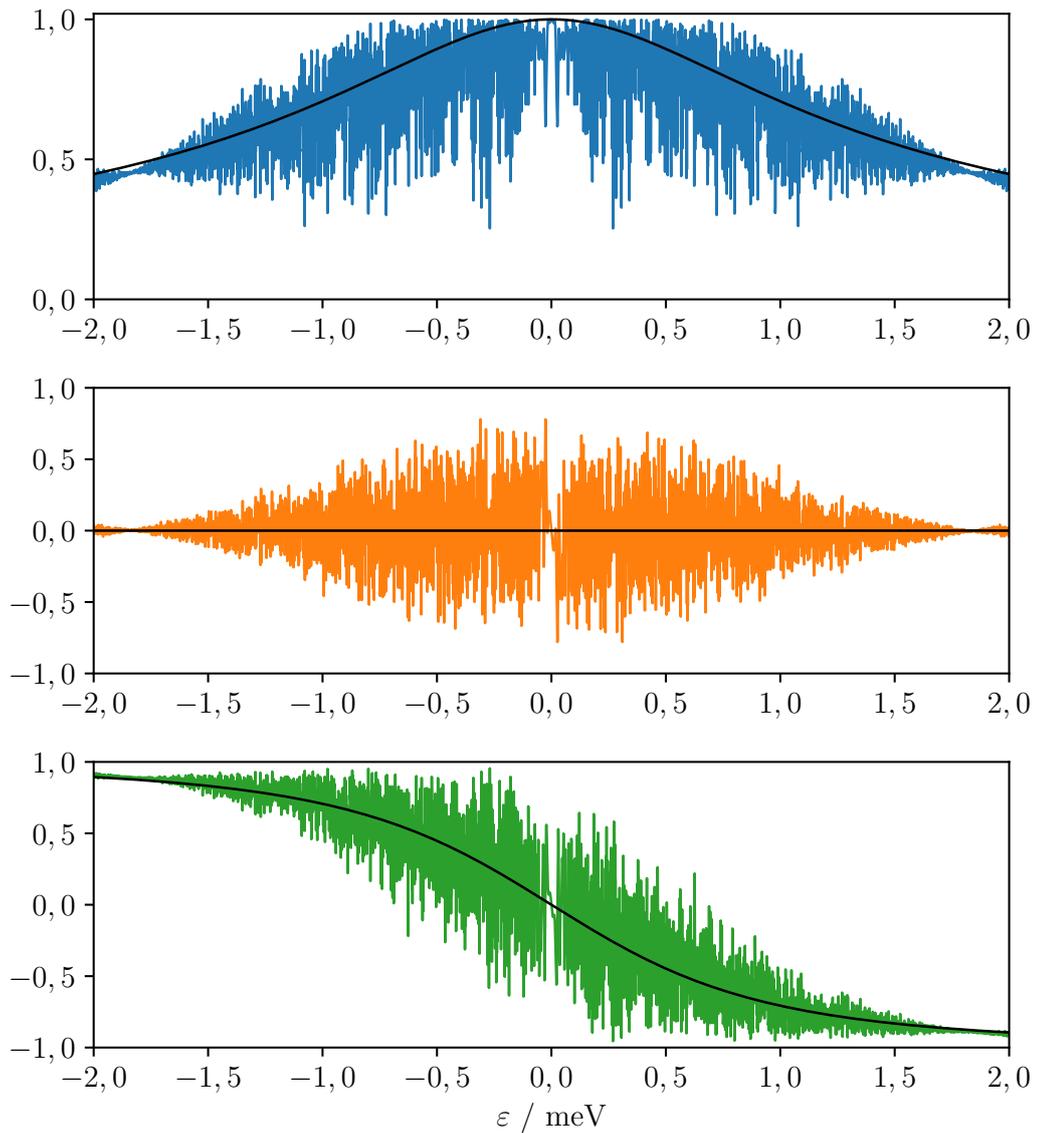


Abbildung 4.11: Detailansicht des Vergleichs der Anfangskonfiguration (schwarz) der Pseudospins mit der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$. Von oben nach unten x -, y - und z -Komponente.

In Abbildung 4.11 wird der mittlere Peak aus Abbildung 4.10 vergrößert dargestellt. Es fällt auf, dass die x -Komponente symmetrisch um den Ursprung ist, während die anderen beiden Komponenten antisymmetrisch um den Ursprung zu sein scheinen.

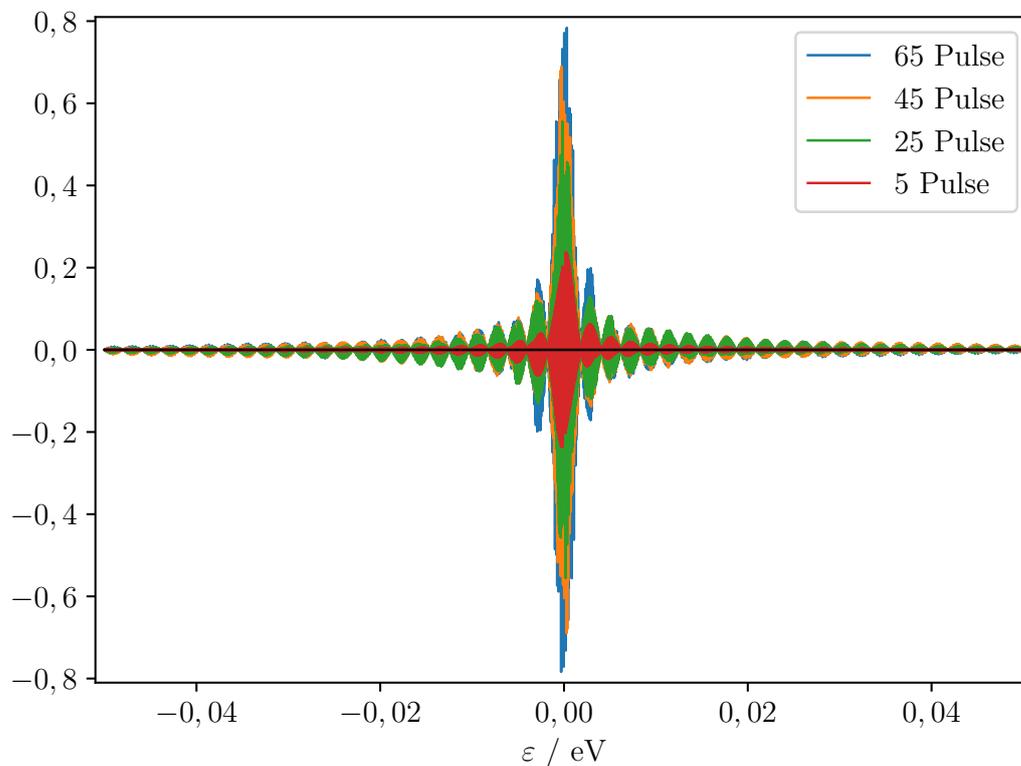


Abbildung 4.12: Vergleich der y -Komponente für verschieden lange Pulsfolgen.

In Abbildung 4.12 ist exemplarisch die zeitliche Veränderung der y -Komponente der Pseudospins dargestellt. Für die anderen beiden Komponenten sind die entsprechenden Abbildungen in Anhang A dargestellt. Aufgrund der jeweiligen Anfangskonfiguration zeigen sich dort jedoch die Veränderungen der Struktur weniger gut.

Es zeigt sich, dass sich im zeitlichen Verlauf lediglich die Höhe der Kämmen verändert, aber die Abstände konstant bleiben. Außerdem ist die grundlegende Struktur bereits nach wenigen Pulsen erkennbar. Weitere Pulse verstärken diese Struktur nur noch, indem die Kämmen höher werden. Nach 25 Pulsen sind die meisten Änderungen jedoch nur noch bei den mittleren drei Peaks deutlich sichtbar, bei den anderen Peaks sind die Änderungen durch weitere Pulse nur noch gering. Es fällt zudem auf,

dass die Änderung von 5 Pulsen zu 25 Pulsen deutlich größer ist, als die folgenden Veränderungen. Die Veränderung der Konfiguration scheint also nicht linear zu sein, sondern mit der Zeit abzuflachen.

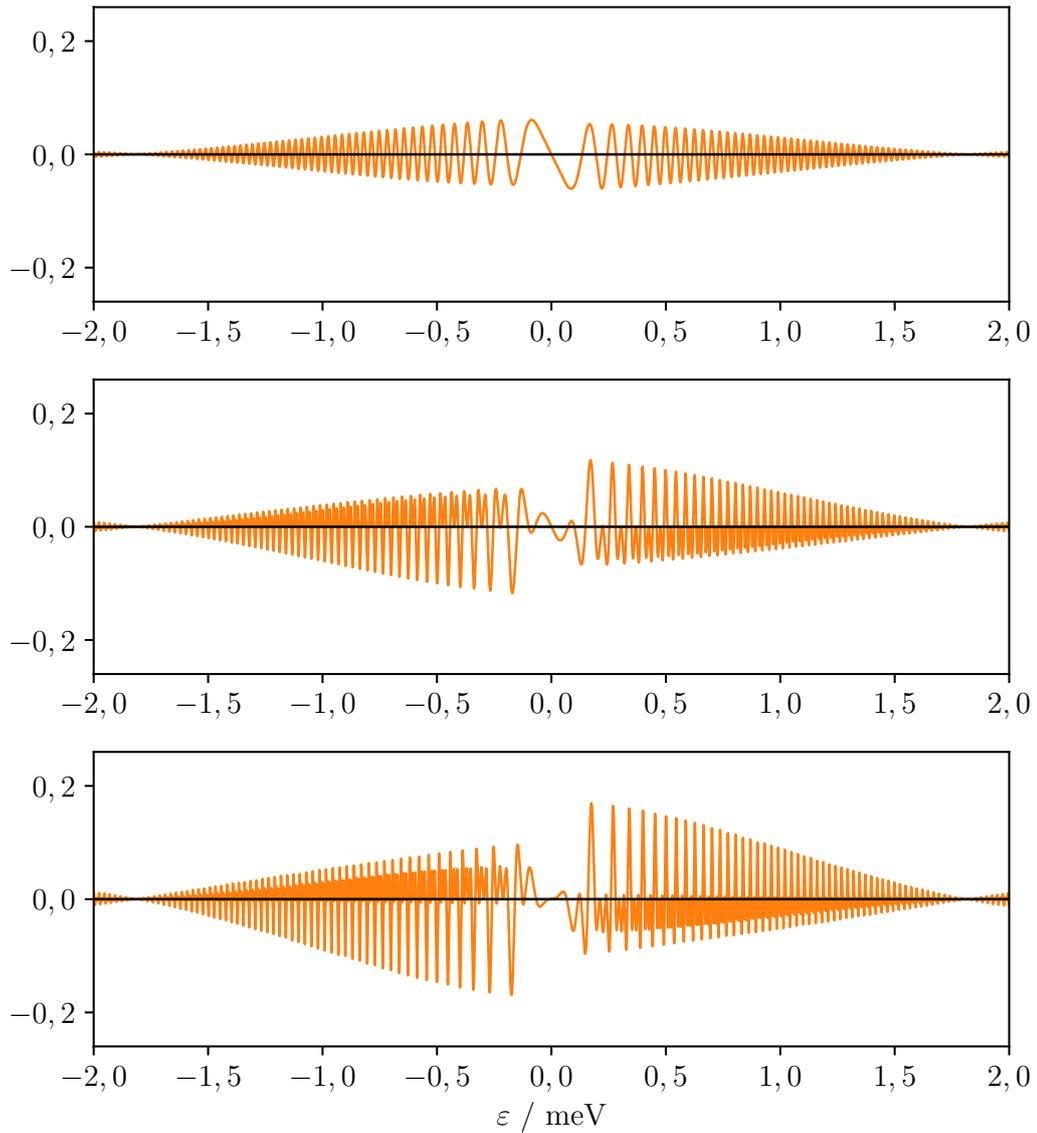


Abbildung 4.13: Detailansicht des Vergleichs der y -Komponente für ein bis drei Pulse (von oben nach unten).

In Abbildung 4.13 wird die zeitliche Veränderung der y -Komponente des mittleren

Peaks vergrößert dargestellt. Analoge Abbildungen für die anderen beiden Komponenten sind ebenfalls in Anhang A dargestellt. Hier werden die bei Abbildung 4.11 bereits beobachteten Symmetrien noch deutlicher. Außerdem werden die Strukturen innerhalb des Peaks deutlicher. Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass jeder der Peaks, die sich beim ersten Puls gebildet haben, bei jedem weiteren Puls einen kleineren Nebenpeak dazubekommt. Dabei vergrößert sich auch bei jedem Puls die Höhe der Hauptmaxima bzw. -minima, was mit den in Abbildung 4.12 bereits beobachteten zeitlichen Änderungen übereinstimmt.

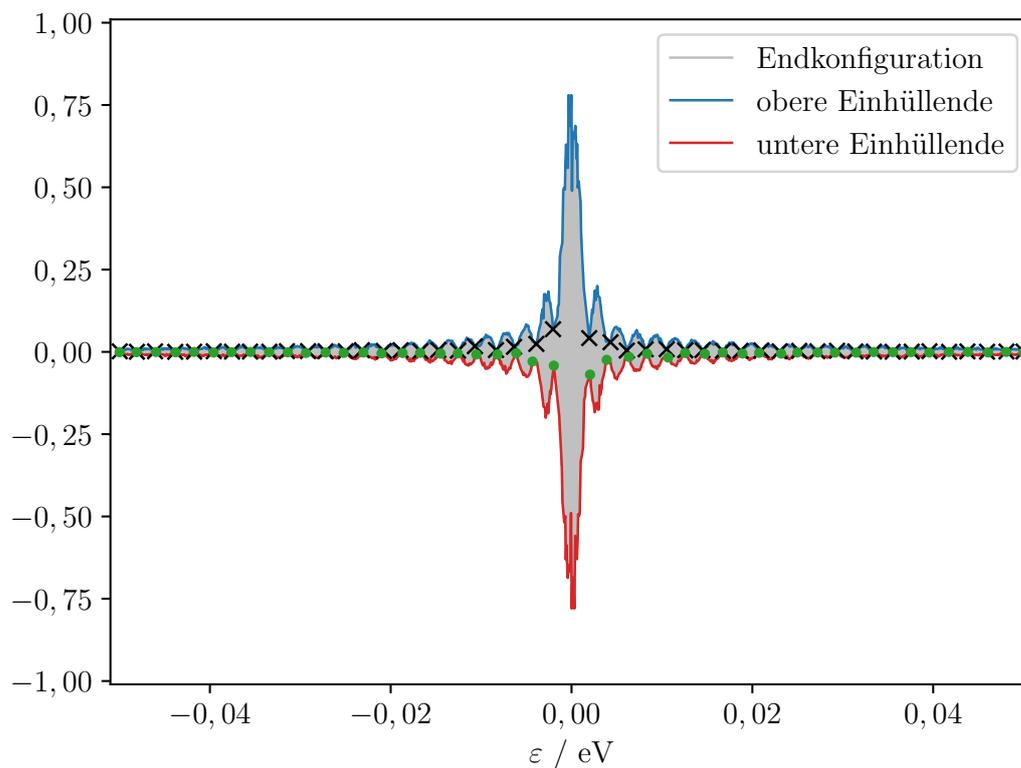


Abbildung 4.14: Bestimmung lokaler Minima und Maxima (blau und rot) und daraus Ermittlung der Knotenpunkte der y -Komponente.

Um die Abstände der Knotenpunkte zu untersuchen, werden zunächst (numerisch) lokale Minima und Maxima bestimmt, um die Einhüllenden zu erhalten. Dann können innerhalb der oberen Einhüllenden die lokalen Minima bestimmt werden und innerhalb der unteren Einhüllenden die lokalen Maxima. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 4.14 für die y -Komponente der Pseudospins dargestellt.

Diese Knotenpunkte können nun von links nach rechts durchnummeriert werden, sodass mit einer linearen Regression

$$y = ax + b \quad (4.18)$$

der Abstand zwischen den jeweiligen Punkten ermittelt werden kann. Da immer zwei Punkte einen Knotenpunkt bilden, wird jeweils der Mittelwert genommen und auf diese Mittelwerte die lineare Regression angewendet. Aufgrund des größeren Abstands um $\varepsilon = 0$ wird die Regression für die negativen und die positiven ε separat berechnet. Bei den negativen ε ergibt die Regression die Parameter

$$\begin{aligned} a &= (0,002\,088 \pm 0,000\,002) \text{ eV} = (2,088 \pm 0,002) \text{ meV} \\ b &= (-0,050\,129 \pm 0,000\,029) \text{ eV} = (-50,129 \pm 0,029) \text{ meV}, \end{aligned}$$

bei den positiven ε die Parameter

$$\begin{aligned} a &= (0,002\,088 \pm 0,000\,002) \text{ eV} = (2,088 \pm 0,002) \text{ meV} \\ b &= (-0,048\,026 \pm 0,000\,079) \text{ eV} = (-48,026 \pm 0,079) \text{ meV}. \end{aligned}$$

Der Abstand zwischen den einzelnen Knotenpunkten beträgt also auf beiden Seiten 2,088 meV. Der Parameter b entsteht durch die Nummerierung der Knotenpunkte und hat keine physikalische Bedeutung. Die Regression ist in Abbildung 4.15 dargestellt.

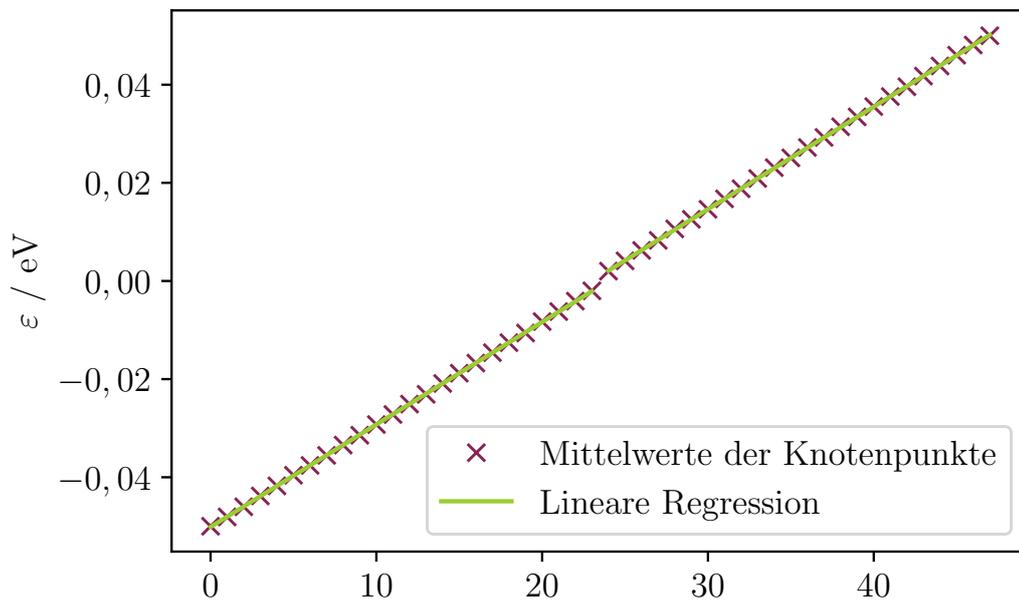


Abbildung 4.15: Lineare Regression zur Bestimmung des Abstands zwischen den Knotenpunkten.

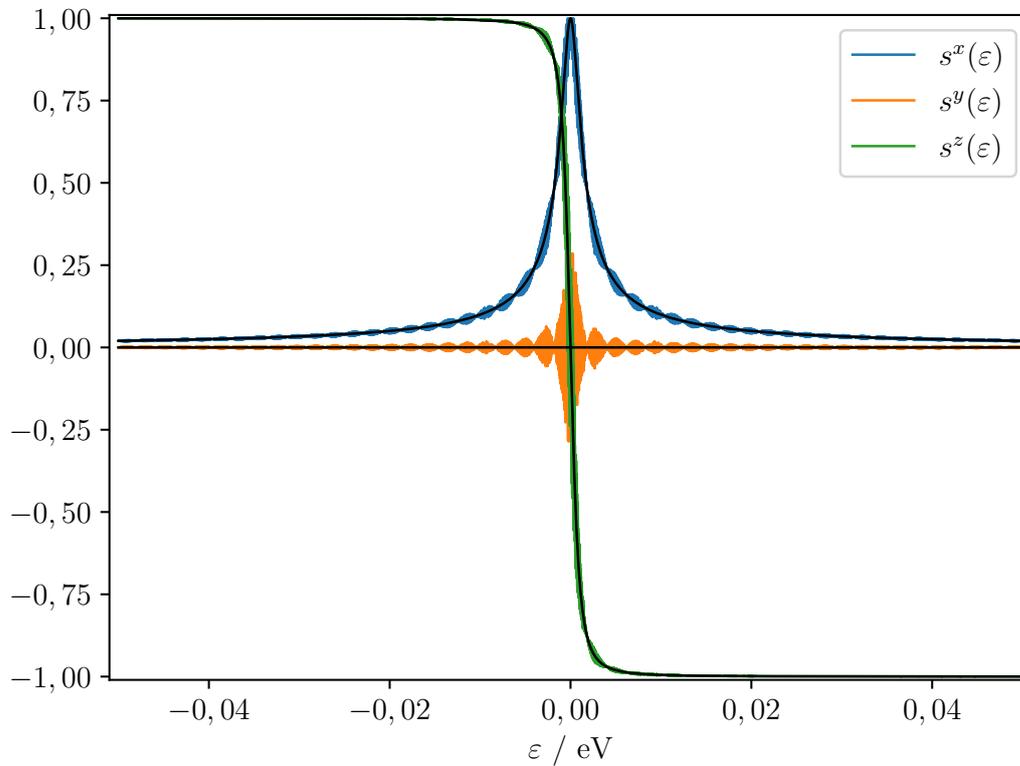


Abbildung 4.16: Vergleich der Anfangskonfiguration (schwarz) der Pseudospins mit der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$ mit Pulsen im Abstand von $T_{\text{rep}} = 1 \text{ ns}$. Die Pulstiefe beträgt weiterhin $J_0 = 0,99$. Berechnung mithilfe linearer Diskretisierung.

In Abbildung 4.16 wird nun die finale Konfiguration nach einer Simulation mit einem Pulsabstand von $T_{\text{rep}} = 1 \text{ ns}$ dargestellt. Alle weiteren Parameter bleiben unverändert. Es zeigt sich, dass sich erneut eine Kammstruktur bildet. Die Abstände zwischen den Knotenpunkten sind unverändert, aber die Peaks sind deutlich kleiner als bei der vorherigen Simulation mit $T_{\text{rep}} = 100 \text{ ps}$. Dies könnte daran liegen, dass in dem betrachteten Zeitintervall aufgrund der höheren Periodendauer nur sechs Pulse liegen und zuvor die Konfiguration nach 65 Pulsen betrachtet wurde. Dies zeigt sich auch dadurch, dass die Konfiguration in Abbildung 4.16 nur geringfügig von der Konfiguration nach sechs Pulsen im Abstand von $T_{\text{rep}} = 100 \text{ ps}$ abweicht.

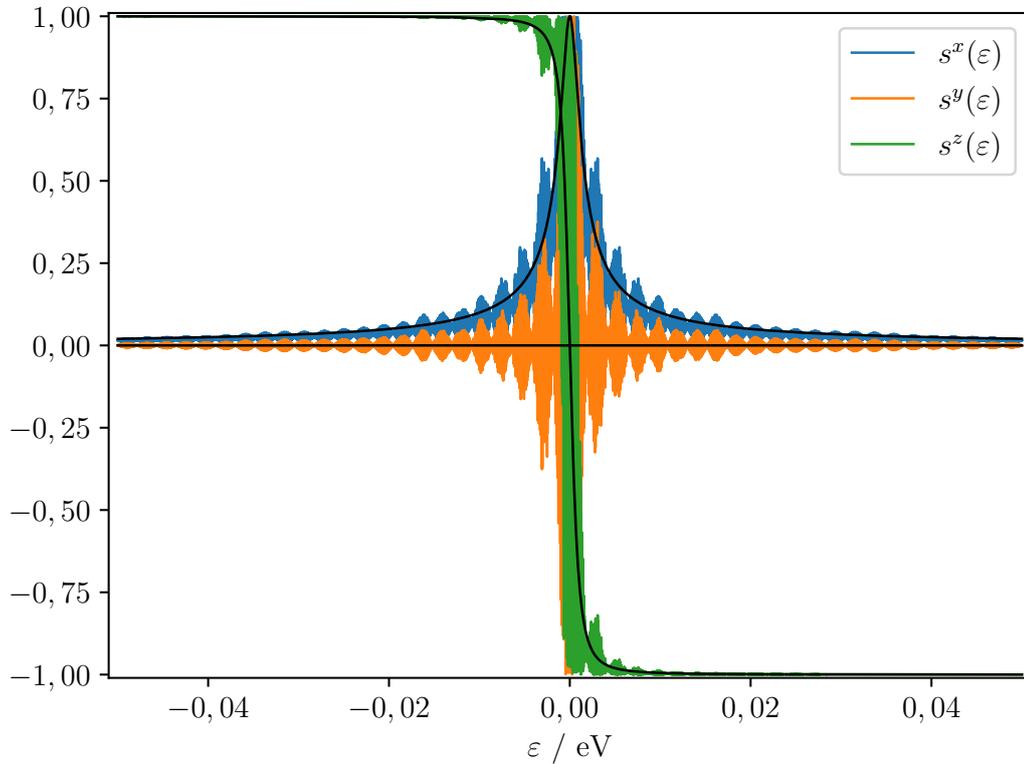


Abbildung 4.17: Vergleich der Anfangskonfiguration (schwarz) der Pseudospins mit der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$ mit Pulsen im Abstand von $T_{\text{rep}} = 1 \text{ ns}$. Die Pulstiefe beträgt $J_0 = 0,95$. Berechnung mithilfe linearer Diskretisierung.

Aufgrund der in den vorherigen Unterkapiteln beschriebenen Schwierigkeiten kann der Einfluss der Pulstiefe J_0 nicht ausführlich untersucht werden. Lediglich bei der Periodenlänge $T_{\text{rep}} = 1 \text{ ns}$ ist die Dynamik bis zur betrachteten Zeit von $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$ stabil, wie in Abbildung 4.5 zu sehen ist. Die Endkonfiguration für diesen Fall ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Auch durch die Änderung der Pulstiefe verändern sich die Knotenpunkte nicht. Allerdings ist die kammartige Struktur deutlich stärker ausgeprägt als bei $J_0 = 0,99$.

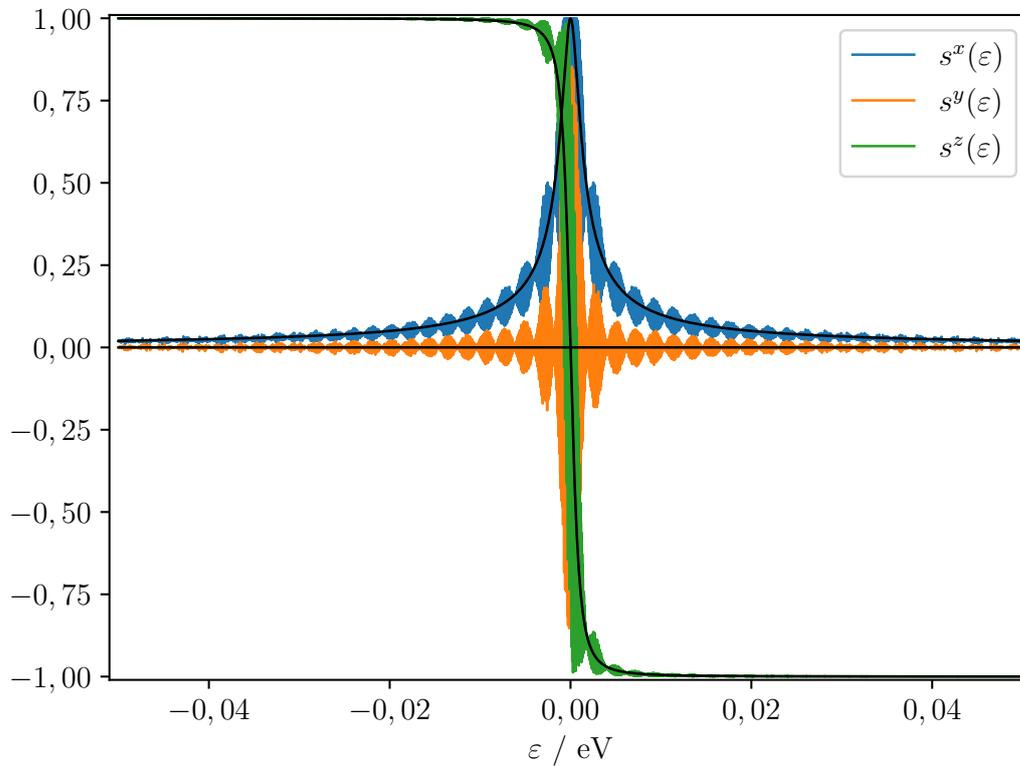


Abbildung 4.18: Berechnung der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$ mithilfe logarithmischer Diskretisierung. Die Pulstiefe beträgt $J_0 = 0,99$ und der Abstand zwischen den Pulsen $T_{\text{rep}} = 100 \text{ ps}$.

In Abbildung 4.18 ist nun einmal die Endkonfiguration aus der Berechnung mithilfe der logarithmischen Diskretisierung dargestellt. Dabei fällt zunächst kein Unterschied zur linearen Diskretisierung auf, aber bei der Vergrößerung des mittleren Peaks in Abbildung 4.19 ist ein deutlicher Unterschied zu der Konfiguration der linearen Diskretisierung in Abbildung 4.11 zu sehen. Bei der logarithmischen Diskretisierung wird der Bereich niedriger ε deutlich genauer aufgelöst, sodass die Konfiguration deutlich gleichmäßiger wirkt. Dafür ist die Auflösung bei großen ε bei der logarithmischen Diskretisierung schlechter als bei der linearen Diskretisierung.

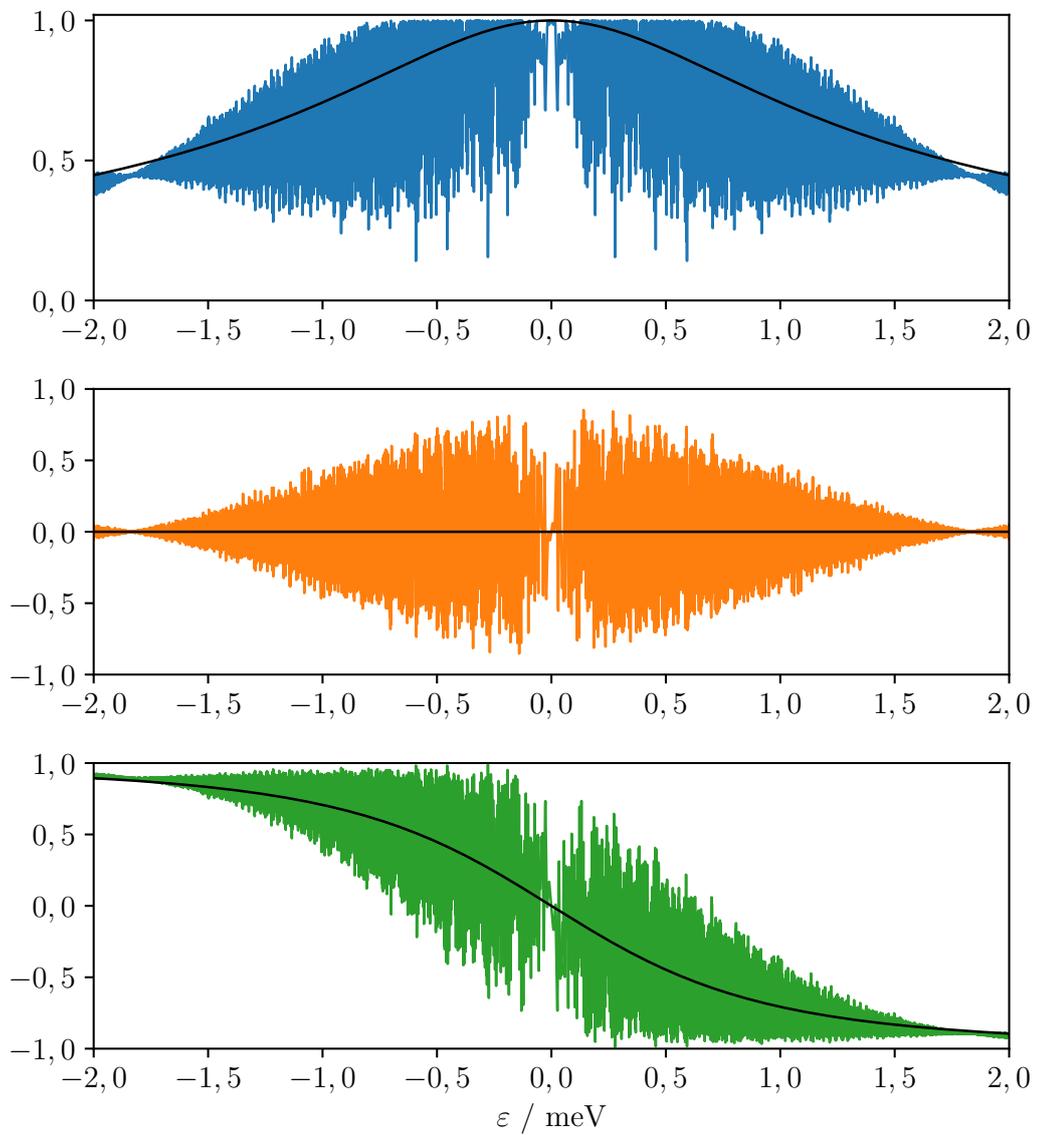


Abbildung 4.19: Detailansicht des Vergleichs der Anfangskonfiguration (schwarz) der Pseudospins mit der Konfiguration nach $T = 10^7 \hbar / \text{eV}$. Von oben nach unten x -, y - und z -Komponente.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Insgesamt lässt sich sagen, dass die ersten Ergebnisse der periodischen Pulse vielversprechend aussehen, aber die numerische Berechnung noch zu instabil ist, um die Ergebnisse bezüglich aller Parameter analysieren zu können.

Bisher kann festgestellt werden, dass eine Vergrößerung der Periodenlänge T_{rep} von 100 ps auf 1000 ps keinen großen Einfluss auf die Ergebnisse hat, sofern die gleiche Anzahl an Pulsen betrachtet wird. Dies wird sowohl bei der Betrachtung der instabilen Dynamik bei $J_0 = 0,95$ und $J_0 = 0,90$ als auch bei der Konfiguration der Pseudospins deutlich. Dabei stellt sich die Frage, wie sehr die Periodenlänge T_{rep} reduziert werden kann, ohne einen Unterschied in den Ergebnissen zu sehen, bzw. für welche Werte von T_{rep} die Ergebnisse gleich sind.

Weiterhin sind die Knoten und Bäuche der Konfiguration bei allen betrachteten Parametern immer in den gleichen ε -Abständen zueinander. Hierzu könnte noch untersucht werden, welche Parameter dies beeinflussen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde insbesondere die Länge t_{Puls} des Pulses nicht variiert. Außerdem wurde der Gleichgewichtsparameter Δ_0 nicht verändert.

Ein weiterer Aspekt der Konfiguration der Pseudospins ist die zeitliche Veränderung, da die Höhe der Peaks nicht linear von der Anzahl der Pulse abhängig zu sein scheint. Dies muss insbesondere für noch längere Zeiten ausführlicher betrachtet werden, denn es stellt sich die Frage, ob irgendwann ein quasistationärer Zustand erreicht wird.

Als Verbesserungsmöglichkeiten der Berechnung bietet sich zum einen eine andere Darstellung der Pulse an. Eine stetige Funktion anstelle der Sprünge könnte numerische Fehler reduzieren. Zum anderen könnten andere gängige Methoden ausprobiert werden, um Spin-Differentialgleichungen zu lösen, wie beispielsweise die sogenannte truncated Wigner approximation [27]. Bei dieser werden die Anfangsbedingungen der Spins zufällig bestimmt, um die quantenmechanische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Operatoren abzubilden. Für jede Anfangsbedingung werden dann die Bewegungsgleichungen gelöst und am Ende wird über die einzelnen Lösungen gemittelt.

A Zeitliche Veränderung der x - und z -Komponente

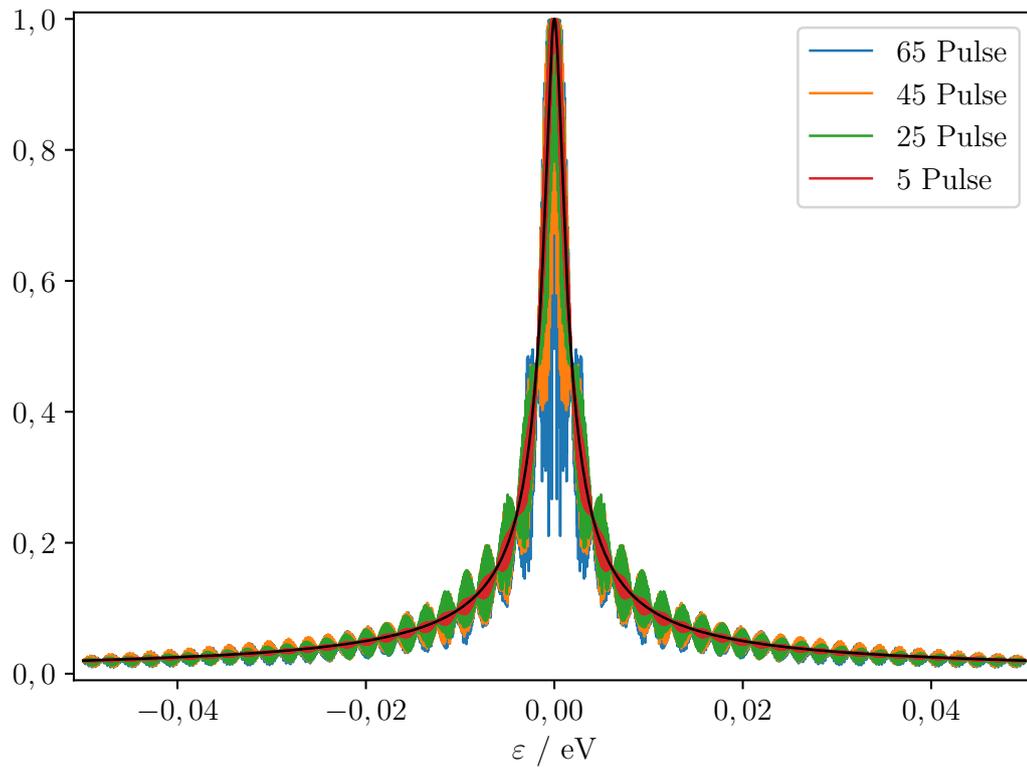


Abbildung A.1: Vergleich der x -Komponente für verschieden lange Pulsfolgen.

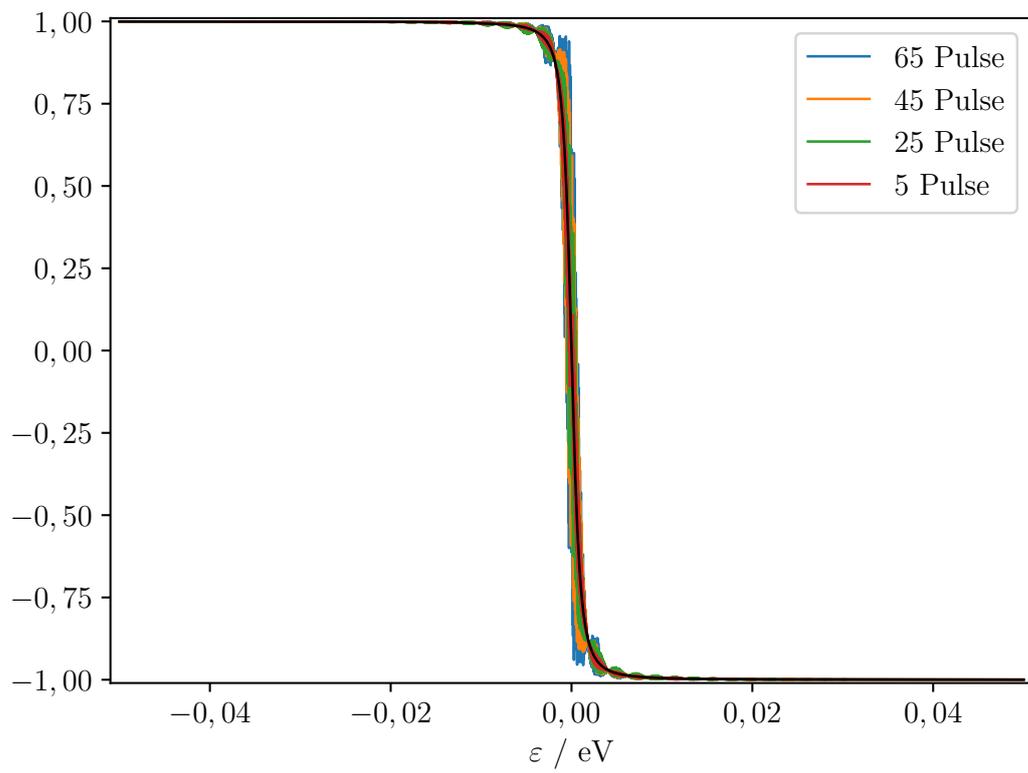


Abbildung A.2: Vergleich der z -Komponente für verschieden lange Pulsfolgen.

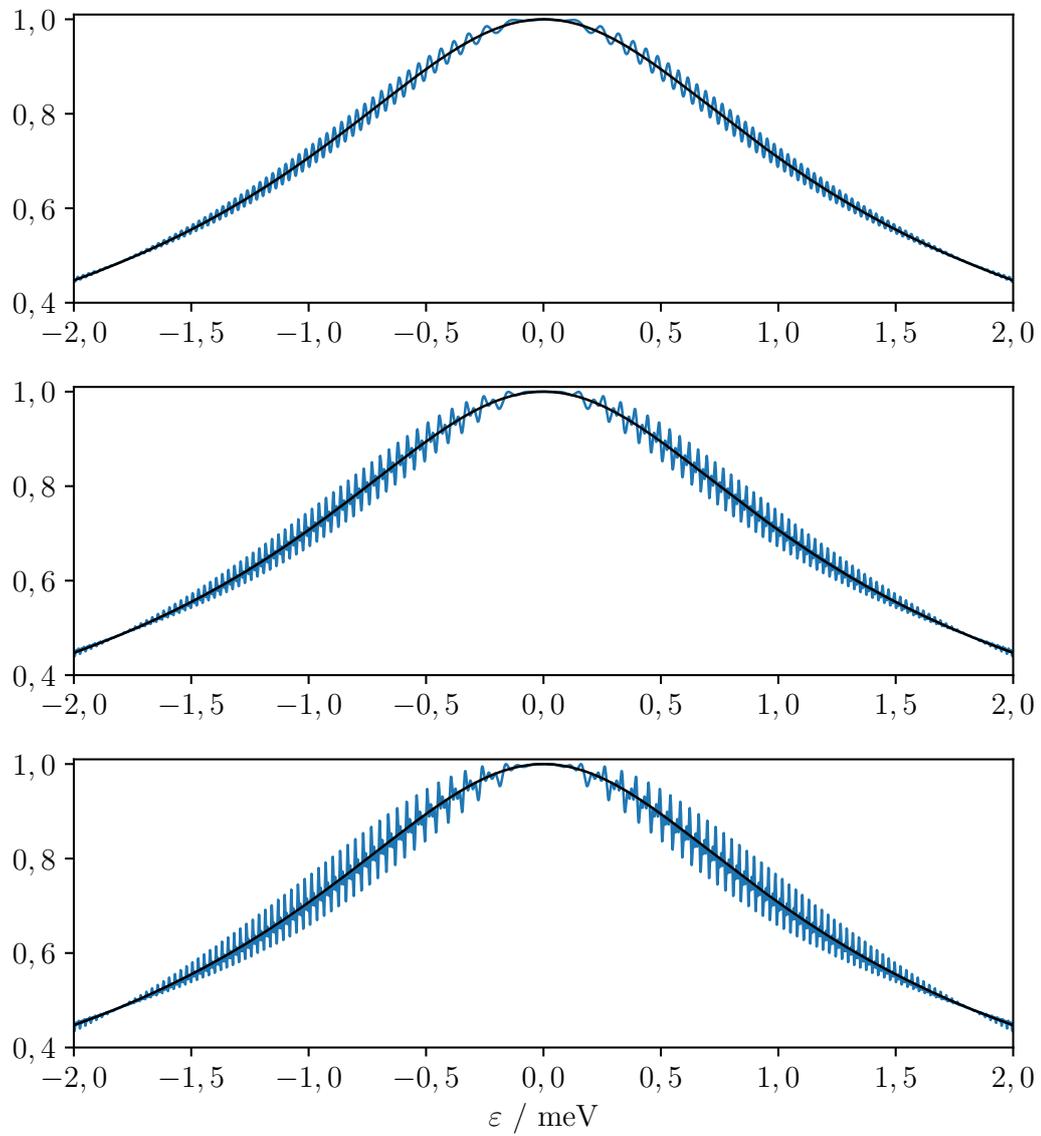


Abbildung A.3: Detailansicht des Vergleichs der x -Komponente für ein bis drei Pulse (von oben nach unten).

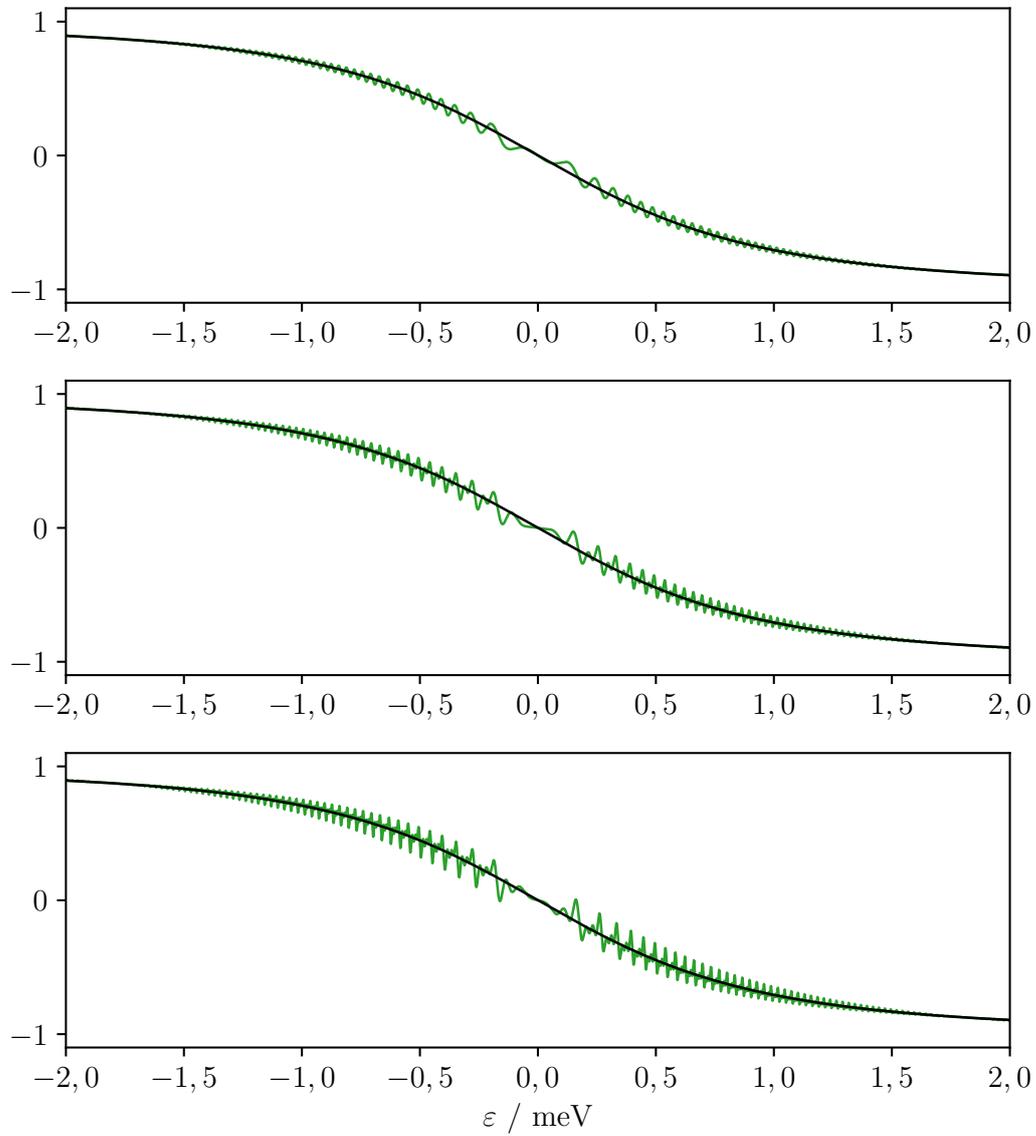


Abbildung A.4: Detailansicht des Vergleichs der z -Komponente für ein bis drei Pulse (von oben nach unten).

Literatur

- [1] A. H. Dayem und J. J. Wiegand, „Behavior of Thin-Film Superconducting Bridges in a Microwave Field“, *Phys. Rev.* **155**, 419 (1967).
- [2] E. D. Dahlberg, R. L. Orbach und I. Schuller, „Microwave-induced effects on superconductors“, *Journal of Low Temperature Physics* **36**, 367 (1979).
- [3] W. H. Parker und W. D. Williams, „Photoexcitation of Quasiparticles in Nonequilibrium Superconductors“, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 924 (1972).
- [4] J. F. Federici, B. I. Greene, P. N. Saeta, D. R. Dykaar, F. Sharifi und R. C. Dynes, „Direct picosecond measurement of photoinduced Cooper-pair breaking in lead“, *Phys. Rev. B* **46**, 11153 (1992).
- [5] J. Demsar, R. Hudej, J. Karpinski, V. V. Kabanov und D. Mihailovic, „Quasi-particle dynamics and gap structure in $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$ investigated with femtosecond spectroscopy“, *Phys. Rev. B* **63**, 054519 (2001).
- [6] M. Beyer, D. Städter, M. Beck, H. Schäfer, V. V. Kabanov, G. Logvenov, I. Bozovic, G. Koren und J. Demsar, „Photoinduced melting of superconductivity in the high- T_c superconductor $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ probed by time-resolved optical and terahertz techniques“, *Phys. Rev. B* **83**, 214515 (2011).
- [7] M. Beck, I. Rousseau, M. Klammer, P. Leiderer, M. Mittendorff, S. Winnerl, M. Helm, G. N. Gol'tsman und J. Demsar, „Transient Increase of the Energy Gap of Superconducting NbN Thin Films Excited by Resonant Narrow-Band Terahertz Pulses“, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 267003 (2013).
- [8] T. Papenkort, T. Kuhn und V. M. Axt, „Ultrafast coherent dynamics in optically driven BCS systems“, *physica status solidi (b)* **246**, 325 (2009).
- [9] N. Tsuji und H. Aoki, „Theory of Anderson pseudospin resonance with Higgs mode in superconductors“, *Phys. Rev. B* **92**, 064508 (2015).
- [10] Y.-Z. Chou, Y. Liao und M. S. Foster, „Twisting Anderson pseudospins with light: Quench dynamics in terahertz-pumped BCS superconductors“, *Phys. Rev. B* **95**, 104507 (2017).
- [11] L. Schwarz, B. Fauseweh, N. Tsuji, N. Cheng, N. Bittner, H. Krull, M. Berciu, G. S. Uhrig, A. P. Schnyder, S. Kaiser und D. Manske, „Classification and characterization of nonequilibrium Higgs modes in unconventional superconductors“, *Nature Communications* **11**, 287 (2020).
- [12] H. Krull, D. Manske, G. S. Uhrig und A. P. Schnyder, „Signatures of nonadiabatic BCS state dynamics in pump-probe conductivity“, *Phys. Rev. B* **90**, 014515 (2014).

-
- [13] E. A. Yuzbashyan, B. L. Altshuler, V. B. Kuznetsov und V. Z. Enolskii, „Solution for the dynamics of the BCS and central spin problems“, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **38**, 7831 (2005).
- [14] E. A. Yuzbashyan, B. L. Altshuler, V. B. Kuznetsov und V. Z. Enolskii, „Nonequilibrium cooper pairing in the nonadiabatic regime“, *Phys. Rev. B* **72**, 220503 (2005).
- [15] T. Cui, M. Schütt, P. P. Orth und R. M. Fernandes, „Postquench gap dynamics of two-band superconductors“, *Phys. Rev. B* **100**, 144513 (2019).
- [16] N. Jäschke, A. Fischer, E. Evers, V. V. Belykh, A. Greilich, M. Bayer und F. B. Anders, „Nonequilibrium nuclear spin distribution function in quantum dots subject to periodic pulses“, *Phys. Rev. B* **96**, 205419 (2017).
- [17] P. Schering, P. W. Scherer und G. S. Uhrig, „Interplay of spin mode locking and nuclei-induced frequency focusing in quantum dots“, *Phys. Rev. B* **102**, 115301 (2020).
- [18] P. W. Anderson, „Random-Phase Approximation in the Theory of Superconductivity“, *Phys. Rev.* **112**, 1900 (1958).
- [19] R. A. Barankov und L. S. Levitov, „Synchronization in the BCS Pairing Dynamics as a Critical Phenomenon“, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 230403 (2006).
- [20] E. A. Yuzbashyan, O. Tsyplatyev und B. L. Altshuler, „Relaxation and Persistent Oscillations of the Order Parameter in Fermionic Condensates“, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 097005 (2006).
- [21] *Boost C++ Libraries*, Version 1.72.0, (2020) <https://www.boost.org/>.
- [22] R. Peierls, „Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen“, *Zeitschrift für Physik* **80**, 763 (1933).
- [23] D. R. Hofstadter, „Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields“, *Phys. Rev. B* **14**, 2239 (1976).
- [24] M. H. Kalthoff, G. S. Uhrig und J. K. Freericks, „Emergence of Floquet behavior for lattice fermions driven by light pulses“, *Phys. Rev. B* **98**, 035138 (2018).
- [25] J. H. Mentink, K. Balzer und M. Eckstein, „Ultrafast and reversible control of the exchange interaction in Mott insulators“, *Nature Communications* **6**, 6708 (2015).
- [26] B. Fauseweh, P. Schering, J. Hüdepohl und G. S. Uhrig, „Efficient algorithms for the dynamics of large and infinite classical central spin models“, *Phys. Rev. B* **96**, 054415 (2017).
- [27] A. Polkovnikov, „Phase space representation of quantum dynamics“, *Annals of Physics* **325**, 1790 (2010).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich zunächst besonders bei Götz Uhrig für die Vergabe dieses interessanten Themas und die intensive Betreuung während der Masterarbeit bedanken. Ebenso möchte ich mich bei Joachim Stolze für die Übernahme der Zweitkorrektur bedanken.

Weiterhin danke ich der gesamten Arbeitsgruppe T1a für die freundliche Aufnahme und die Unterstützung. Insbesondere möchte ich mich bei Philipp Schering bedanken, der mir immer wieder bei fachlichen Problemen weitergeholfen hat. Außerdem bedanke ich mich bei Leanna Müller für die vielen Ermutigungen vor allem gegen Ende der Bearbeitungszeit.

Bei meinem Freund Anno Knierim bedanke ich mich vor allem für die mentale Unterstützung während dieser Zeit. Besonders unser virtuelles Büro hat mir sehr geholfen, diese Arbeit zu vervollständigen. Auch meinen Freundinnen Anneke Reinold und Jasmin Bedow bedanke ich mich für die Unterstützung, die vielen Gespräche und auch das Korrekturlesen dieser Arbeit, obwohl wir uns fast nie alle im gleichen Land befanden.

Eidesstattliche Versicherung (Affidavit)

Sulaiman, Vanessa

183806

Name, Vorname
(Last name, first name)

Matrikelnr.
(Enrollment number)

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit/Masterarbeit* mit dem folgenden Titel selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

I declare in lieu of oath that I have completed the present Bachelor's/Master's* thesis with the following title independently and without any unauthorized assistance. I have not used any other sources or aids than the ones listed and have documented quotations and paraphrases as such. The thesis in its current or similar version has not been submitted to an auditing institution.

Titel der ~~Bachelor~~-/Masterarbeit*:
(Title of the Bachelor's/ Master's* thesis):

Periodisch gepulste Supraleiter

*Nichtzutreffendes bitte streichen
(Please choose the appropriate)

Dortmund, 17.03.2021



Ort, Datum
(Place, date)

Unterschrift
(Signature)

Belehrung:

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden. (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG -).

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird ggf. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

Official notification:

Any person who intentionally breaches any regulation of university examination regulations relating to deception in examination performance is acting improperly. This offense can be punished with a fine of up to €50,000.00. The competent administrative authority for the pursuit and prosecution of offenses of this type is the chancellor of TU Dortmund University. In the case of multiple or other serious attempts at deception, the examinee can also be unenrolled, section 63, subsection 5 of the North Rhine-Westphalia Higher Education Act (*Hochschulgesetz*).

The submission of a false affidavit will be punished with a prison sentence of up to three years or a fine.

As may be necessary, TU Dortmund will make use of electronic plagiarism-prevention tools (e.g. the "turnitin" service) in order to monitor violations during the examination procedures.

I have taken note of the above official notification:**

Dortmund, 17.03.2021



Ort, Datum
(Place, date)

Unterschrift
(Signature)

**Please be aware that solely the German version of the affidavit ("Eidesstattliche Versicherung") for the Bachelor's/ Master's thesis is the official and legally binding version.